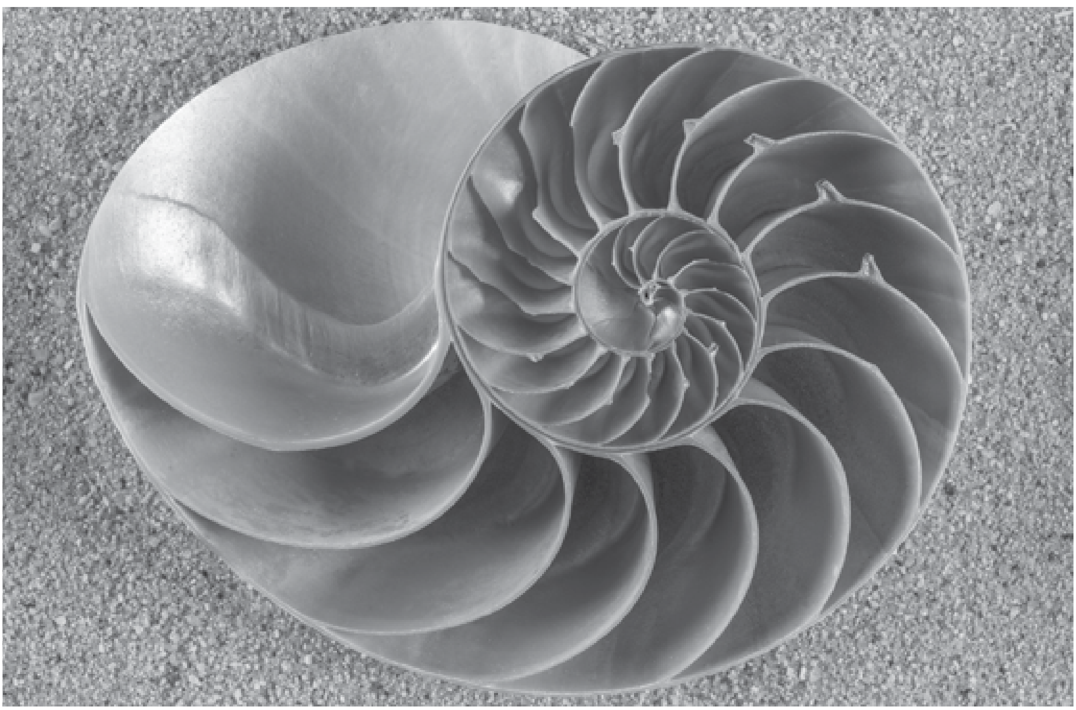
New Get Ahead

MATHEMATICS

7

Bilingual Teaching Guide

دو زبانی رہنمائے اساتذہ



Parveen Arif Ali

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Contents

Introduction

Get Ahead Mathematics is a series of eight books from levels one to eight. The accompanying Teaching Guides contain guidelines for the teachers. The Teaching Guides, for Books 2 to 5, contain answers to the mathematical problems in the books.

The teachers should devise means and ways of reaching out to the students so that they have a thorough knowledge of the subject without getting bored.

The teachers must use their discretion in teaching a topic in a way they find appropriate, depending on the intelligence level as well as the academic standard of the class.

Encourage the students to relate examples to real things. Don't rush.

Allow time to respond to questions and discuss particular concepts.

Come well prepared to the class. Read the introduction to the topic to be taught in the pupils' book. Prepare charts if necessary. Practice diagrams to be drawn on the blackboard. Collect material relevant to the topic. Prepare short questions, homework, tests and assignments.

Before starting the lesson make a quick survey of the previous knowledge of the students, by asking them questions pertaining to the topic. Explain the concepts with worked examples on the board. The students should be encouraged to work independently, with useful suggestions from the teacher. Exercises at the end of each lesson should be divided between class work and homework. The lesson should conclude with a review of the concept that has been developed or with the work that has been discussed or accomplished.

Blackboard work is an important aspect of teaching mathematics. However, too much time should not be spent on it as the students lose interest. Charts can also be used to explain some concepts, as visual material helps students make mental pictures which are learnt quickly and can be recalled instantly.

Most of the work will be done in the exercise books. These should be carefully and neatly presented so that the processes can easily be seen.

The above guidelines for teachers will enable them to teach effectively and develop an interest in the subject.

These suggestions can only supplement and support the professional judgement of the teacher. In no way can they serve as a substitute for it. It is hoped that your interest in the subject together with the features of the book will provide students with more zest to learn mathematics and excel in the subject.

تعارف

Get Ahead Mathematics پہلی سے آٹھویں جماعت تک کے لیے 8 کتابوں کا سلسلہ ہے۔ منسلکہ رہنمائے اساتذہ میں اساتذہ کے لیے رہنما اصول دیے گئے ہیں۔ رہنمائے اساتذہ کلاس 5-2 میں کتاب میں موجود سوالات کے جوابات بھی مہیا کیے گئے ہیں۔

اساتذہ طلبا کو سمجھانے کے لیے وسیلے اور طریقے خود ہی وضع کریں تاکہ طلبا کسی اُکتاہٹ کے بغیر مضمون کی مکمل معلومات حاصل کرسکیں۔

اساتذہ کو کسی بھی موضوع کو پڑھاتے ہوئے ایسا طریقۂ کار اختیار کرنا چاہیے جسے وہ مناسب سمجھتے ہوں اور جو ذہانت کی سطح اور جماعت کے تعلیمی معیار کے مطابق ہو۔ اساتذہ حقیقی چیزوں سے مثالیں دینے میں طلبا کی ہمت افزائی کریں، جلدی نہ کریں۔ سوالات کے جوابات حاصل کرنے اور کسی مخصوص نقطۂ نظر پر بحث کے لیے وقت دیں۔ کمرۂ جماعت میں اچھی طرح تیار ہو کر آئیں۔ درسی کتاب کے کسی موضوع کو سکھانے سے پہلے اس کا مکمل طور پر تعارف کروائیں۔ اگر ضروری ہو تو اس کے لیے چارٹ بھی تیار کریں۔ تختۂ سیاہ پر مشق کے لیے اشکال بنائیں۔ موضوع سے متعلق مواد اکٹھا کریں۔ مختصر سوالات، گھر کا کام، امتحان اور مشق کا دیگر کام تیار رکھیں۔ کوئی سبق شروع کرنے سے پہلے طلبا کی گزشتہ معلومات کا ایک فوری جائزہ لیں جس کے لیے ان سے موضوع سے متعلق سوالات کریں۔ تختۂ سیاہ پر مشقوں کی مثالوں کے ذریعے تصورات کی وضاحت کریں۔ طلبا کو اپنا کام آزادی سے کرنے کا موقع دیں اور ساتھ ساتھ مفید مشورے بھی دیتے رہیں۔ ہر سبق کے آخر میں دی گئی مشقوں کو کلاس ورک اور ہوم ورک میں تقسیم کریں۔ کسی بھی سبق کا اختتام اس تصور کا جائزہ لیتے ہوئے کریں جو اس سبق کے مطالعے کے دوران پیدا ہوا یا جس کام پر بحث کی گئی یا جو مکمل کیا گیا۔

ریاضی پڑھانے کے لیے تختۂ سیاہ کی ایک خاص اہمیت ہے تاہم اس پر زیادہ وقت صرف نہ کیا جائے کیونکہ اس سے طلبا دلچسپی کھو دیتے ہیں۔ کچھ موضوعات کی وضاحت کے لیے چارٹ بھی استعمال کیے جا سکتے ہیں کیونکہ بصری مواد طلبا کو ذہنی تصویر بنانے میں مدد دیتا ہے جس سے وہ فوری طور پر سیکھ جاتے ہیں اور آسانی سے ذہن میں دہرا بھی لیتے ہیں۔

زیادہ تر کام مشقی کتابوں میں کیا جائے گا۔ انھیں احتیاط سے صاف ستھرا رکھنا چاہیے تاکہ طریقۂ کار آسانی سے دیکھ لیے جائیں۔

مندرجہ بالا رہنما اصول، اساتذہ کو موثر انداز میں سکھانے کے قابل بنائیں گے اور مضمون میں طلبا کی دلچسپی بڑھانے میں مدد کریں گے۔

یہ تجاویز، استاد کے پیشہ ورانہ فیصلے کے لیے محض ایک مدد اور اضافہ ہے وگرنہ یہ کسی بھی طرح استاد کا نعم البدل نہیں ہیں۔ امید ہے کہ مضمون میں آپ کی دلچسپی اور کتاب کی خصوصیات طلبا کو کو زیادہ محنت سے ریاضی سیکھنے اور مضمون میں مہارت حاصل کرنے میں مددگار ہوں گی۔

UNIT

1 Sets *(pages 1-15)*

Notation of a Set

We use the word 'Set' in everyday life, to describe a collection of objects, e.g. a tea set, a water set etc. We can define a set as: 'a collection of clearly defined objects' (symbols denote objects). 'Clearly-defined' means that a set must have some specific property so that it can be easily decided whether an object belongs to a given set or not. For example: a set of the letters of the English alphabet, a set of the months of a year, a set of the days of a week etc. all have well-defined objects.

For example:

$A = \{1, 2, 3\}$

$A = \{A, B, C, D\}$

Now look at the following empty sets.

The thirteenth month of the year, the eighth day of the week, popular players of a cricket team. All these are not sets as the elements are not clearly defined by any fixed standards.

Members or Elements of a Set

The objects belonging to a set are called 'elements' or 'members' of a set

In the set $A = \{1, 2, 3\}$, 1, 2, 3 are the members or elements of a set.

We say that the elements 1, 2, 3 belong to A. 4, 5 do not belong to A. We generally use capital letters to denote sets e.g. A, B, C, X, Y, Z, etc.

We use the Greek letter $\in$ short hand for 'belongs to' to denote that an object is **a member of** a set.

$\notin$ denotes that an object is **not a member of** a set.

For example:

In set $A = \{1, 2, 3\}$

We write: $2 \in A$.

We say: 2 is a member of A.

We write: $5 \notin A$.

We say: 5 is not a member of A.

Methods of representing a set

A set can be represented in the following ways:

Descriptive Method

The set is described by stating the properties which are common to all the members, in words. For example:

The set of the days of a week.

The set of players of the Pakistani cricket team.

The set of vowels of the English alphabet.

Tabular Method

The set is described by listing all the elements for a given set. All the members are enclosed within braces, separated by commas.

A is a set of the days of a week. We can tabulate it like this.

A = {Monday, Tuesday, Wednesday, Thursday, Friday, Saturday, Sunday}.

Kinds of Sets

Sets are differentiated into different types depending on the number of elements they have.

Finite Set

A set containing a limited number of elements is called a finite set (elements can be counted).

A = {1, 2, 3}

B = {a, b, c, …z}

C = The set of days of a week

Infinite Set

A set which has an unlimited number of elements is called an Infinite Set.

For example:

A = {1, 2, 3, …}

B = The set of even numbers

C = The set of stars in the sky

Equal Sets

Two sets are said to be equal if they have the same elements.

For example:

A = {a, b, c} every element in A belongs to B

B = {c, a, b} every element in B belongs to A

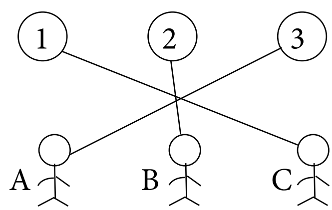
A = B

The sign of equality = is placed between two equal sets.

Note that the order of listing the elements does not matter.

Equivalent Sets

In the picture, the strings pair each balloon with exactly one child, and each child with exactly one balloon.



Operations on Two Sets

Operations on two sets represent the relationships among them.

Intersection of Two Sets

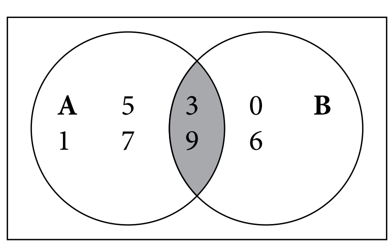
Consider the following sets.

A = {1, 3, 5, 7, 9}

B = {0, 3, 6, 9}

The union of sets A and B is defined as the set of all elements that belong to A or B.

The intersection of sets A and B is defined as the set of all elements that belong to both A and B. In the Venn Diagram given below the shaded region represents the set which consists of the numbers that belong to both A and B.



It is {3, 9}, and is called the **intersection of A and B.**

To refer to this set, we write the intersection of A and B as:

A ∩ B.

We say, The intersection of A and B.

Thus A ∩ B = {1, 3, 5, 7, 9} ∩ {0, 3, 6, 9}

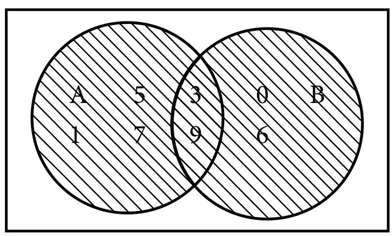
= {3, 9}

Union of Two Sets

Consider the following sets:

A = {1, 3, 5, 7, 9}

B = {0, 3, 6, 9,}

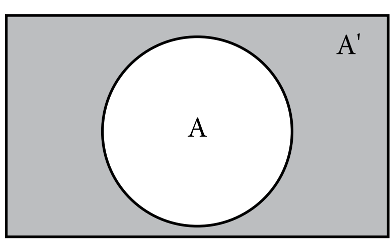


The above diagram is a Venn Diagram of A∪B.

The shaded region in the diagram represents the sets, consisting of all the elements which belong to at least one of the sets A and B.

Sets can also be represented pictorially by Venn Diagrams.

The region labelled **A** represents all elements belonging to the set **A**. The region outside **A** represents all elements not belonging to **A** and represented as **A'**.



This set contains all the members of A together with all the members of B, and is called a **union** of A and B.

To refer to this set, we write **A∪B** and we say **the union of A and B**.

Thus $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{0, 3, 6, 9,\}$

$= \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 9,\}$

Notice that in order to list the members of the union, we name each element only once.

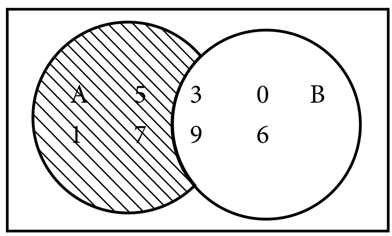
Union is a **binary operation**. The word **binary** implies **two**. The operation of union pairs any two sets into a unique (one and only one) third set.

Difference of Two Sets

Consider:

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{0, 3, 6, 9\}$



The shaded portion represents the set which consists of the numbers which belong to set A and which do not belong to B. It is {1, 5, 7}, and is called the **difference of set A and B.**

To refer to this set, we write:

$A - B$ or $A \setminus B$

We say: **The difference of A and B**

Thus $A \setminus B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \setminus \{0, 3, 6, 9\} = \{1, 5, 7\}$

Disjoint sets

Consider the following sets:

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$= \{\quad\}$ or $\varnothing$

A and B have no common elements, and therefore their intersection is an empty set.

$\{A \cap B = \varnothing\}$

Non-empty sets like {1, 3, 5, 7, 9} and {0, 2, 4, 6, 8}, which have no members in common are called **disjoint sets.**

Overlapping Sets

Consider the following sets:

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5, 6\}$

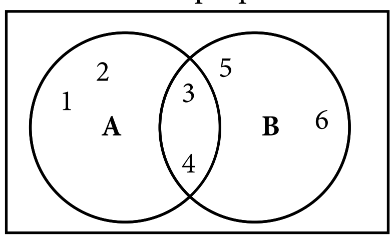
$A \cap B = \{3, 4\}$

$A \subset B$ and $B \subset A$

$A \subseteq B$ and $B \subseteq A$

Then the two sets are said to be overlapping.

Note that overlapping sets have at least one member common and at least one member uncommon between them and none is an improper sub-set of the other.



Universal Set

When a given set is the 'overall set', to which all the objects in a discussion belong, the given set is called the 'universal set' of the discussion. In any discussion, it is important to know what the universal set is.

The universal set is represented by: 'U'

U = The set of whole numbers = $\{0, 1, 2, \ldots\}$

U = The set of natural numbers = $\{1, 2, 3, \ldots\}$

Complementary Set

Consider the following sets:

$U = \{1, 2, 3, \ldots 10\}$

$A = \{1, 2, 3\}$

The difference of $\cup$ and A is called the complement of A.

$U - A = \{1, 2, 3 \ldots 10\} \setminus \{1, 2, 3\} = \{4, 5 \ldots 10\}$

We write: $U - A = A'$.

We say A' is complement of A.

The complement of any set A contains all the elements that belong to U, but do not belong to A.

Consider the following sets:

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 3, 5\}$.

To find the complement of A and B.

$A' = U - A$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\}$

$= \{1, 3, 5\}$

$B' = U - B$

$= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 3, 5\}$

$= \{1, 4, 6\}$

Union and Intersection of three sets

The operations of union and intersection between three sets can be performed in the same way as for two sets; consider the sets: $A = \{1, 2\}$, $B = \{2, 3\}$, and $C = \{3, 4\}$

(i) To find $A \cup (B \cup C)$

First find $(B \cup C)$ and then $A \cup (B \cup C)$

1. $B \cup C = \{2, 3\} \cup \{3, 4\}$

   $= \{2, 3, 4\}$

2. $A \cup (B \cup C) = \{1, 2\} \cup \{2, 3, 4\}$

   $= \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) To find $(A \cup B) \cup C$

1. $(A \cup B) = \{1, 2\} \cup \{2, 3\}$

   $= \{1, 2, 3\}$

2. $(A \cup B) \cup C = \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\} = \{1, 2, 3, 4\}$

(iii) To find $A \cap (B \cap C)$

1. $(B \cap C) = \{2, 3\} \cap \{3, 4\}$

   $= \{3\}$

2. $A \cap (B \cap C) = \{1, 2\} \cap \{3\}$

   $= \{\ \}$ or $\emptyset$

(iv) To find $(A \cap B) \cap C$

1. $(A \cap B) = \{1, 2\} \cap \{2, 3\}$

   $= \{2\}$

2. $(A \cap B) \cap C = \{2\} \cap \{3, 4\}$

   $= \{\ \}$ or $\emptyset$

(v) To find $A \cup (B \cap C)$

1. $(B \cap C) = \{3\}$

2. $A \cup (B \cap C) = \{1, 2\} \cup \{3\}$

   $= \{1, 2, 3\}$

In the same way other unions and intersections of three sets can be found.

Fundamental Properties of Union and Intersection of three sets

1. Associative Property of Union

For any 3 sets A, B, C, the union of A, B, C can be made in any order, the resultant set will be the same.

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C = A \cup B \cup C$

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$

Left Hand Side (LHS) $= A \cup (B \cup C)$

$= \{1, 2\} \cup \{2, 3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

Right Hand Side (RHS) $= (A \cup B) \cup C$

$= \{1, 2, 3\} \cup \{3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

LHS = RHS

2. Associative Property of Intersection

For any 3 sets A, B, C, the intersection of A, B, C can be made in any order, the resultant set will be the same

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$\{1, 2\} \cap \{3\} = \{2\} \cap \{3, 4\}$

$\{\ \} = \{\ \}$

LHS = RHS

3. Distributive Property of Union over Intersection

For any 3 sets A, B, C

$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$

$\{1, 2\} \cup \{3\} = \{1, 2, 3\} \cap \{1, 2, 3, 4\}$

$\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

LHS = RHS

4. Distributive Property of Intersection over Union

For any 3 sets A, B, C

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$\{1, 2\} \cap \{2, 3, 4\} = \{ 2 \} \cup \{\quad\}$

$\{2\} = \{2\}$

LHS = RHS

UNIT 2

Rational Numbers

(pages 16-29)

Rational Numbers

Positive integers are called **natural numbers** or **counting numbers**.

We have learnt earlier that the sum of two natural numbers is always a natural number. Also, when a natural number is subtracted from another natural number, the result is not always a natural number. It could be a whole number or a negative integer.

Now let us see what happens when a natural number is divided by another natural number.

When 4 is divided by 2, the result is 2 but when 3 is divided by 4 we get 3/4 which does not belong to any of the number systems that we have already discussed. The number 3/4 is called a **rational number** .

2/3, –5/6, 0, 4, –2, etc. are all rational numbers.

So we can define a rational number as **any number that can be expressed in the form of a/b, where a and b are integers and b is not equal to 0** .

Positive integers, negative integers, zero and common fractions all belong to the system of rational numbers.

Rational numbers can be expressed as a quotient of integers in a number of ways.

For example:

2 can be written as 2, 4/2, 8/4, –12/–6, etc.

To determine which of any two rational numbers is greater, we can find a common denominator for the numbers and then compare them.

The fraction with the greater numerator will be the greater number.

To find out which is greater, 9/2 or 13/5

Solution: Finding the LCM of 2 and 5.

It is 10.

Changing the fractions with the new denominator

45/10 and 26/10.

Therefore, 45/10 is the greater rational number.

Order of rational numbers

There is a difference between rational numbers and integers in the sense that there is a higher and a lower integer for any given integer. However, a rational number does not have a next higher or previous lower number.

$\frac{a + b}{2}$ is the formula for calculating the number in the middle of two said rational numbers such as a and b.

Follow the example given in book.

Representing rational numbers on the number line

We divide the number line into as many parts as indicated by the denominator of the fraction.

Each part then represents one part of the fraction.

To represent 2/5 on the number line we must divide each segment into 5 equal parts. Each part will then represent 1/5. 2/5 will be the second mark lying to the right of the zero.

Irrational Numbers

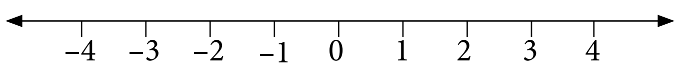
Look at the decimal expression:

0.535533555333

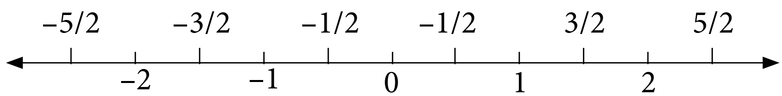
The digits after the decimal point are first one 5 and one 3, then two 5's and two 3's, and so on. It is neither terminating nor repeating. We know then, that it does not represent a rational number.

We can say that: Irrational Numbers are numbers represented by non-terminating, non-repeating numerals e.g. $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc. are **irrational numbers**. The positive square root of a counting number that is not a perfect square is an irrational number.

Rational numbers can be represented on a number Iine. Construct the number line with integers as follows:



Dividing the segment between each pair of consecutive integers into equal parts we get rational numbers.



Operation on rational numbers

Addition

Adding rational numbers with a common denominator is easy.

If a, b, and c are integers and c is not equal to 0 then

$a/c + b/c = \frac{a + b}{c}$.

We can extend this rule to rational numbers with unequal denominators.

For example 3/4 + 2/5

The LCM is 20.

Renaming the fractions:

15/20 + 8/20

= 23/20.

Note that the sum of a rational number is also a rational number.

Adding three or more rational numbers:

When we add three or more rational numbers, the order in which we add does not affect the result.

Add 1/2, 2/3, 3/4.

(1/2 + 2/3) + 3/4

The LCM is 12.

Renaming the fractions:

(6/12 + 8/12) + 9/12

= (14/12) + 9/12

= 23/12.

By changing the order of the fractions:

1/2 + (2/3 + 3/4)

= 6/12 + (8/12 + 9/12)

= 6/12 + 17/12

= 23/12.

We see that the result is the same in both cases.

Additive inverse

For any rational number a/b, there is a number –a/b such that a/b + (–a/b) = 0.

We say that –a/b is the **additive inverse** of a/b.

Similarly a/b is the **additive inverse** of $-a/b$.

For integers we have seen that $5 - 2 = 5 + (-2)$.

Here -2 is the additive inverse of 2.

Subtraction

Subtracting 2 from 5 is the same as adding the additive inverse of 2 with 5. As each rational number has an additive inverse, the concept of subtraction of integers can also be extended to rational numbers.

The difference of rational numbers is also a rational number.

Subtract $1/2$ from $3/4$.

Solution: $3/4 - 1/2$

The LCM is 4.

Renaming the fractions:

$3/4 - 2/4$

$= 1/4$.

To subtract three rational numbers:

$3/4$, $1/3$, $1/2$

Solution: $(3/4 - 1/3) - 1/2$

The LCM is 12.

Renaming the fractions:

$(9/12 - 4/12) - 6/12$

$= 5/12 - 6/12$

$= -1/12$.

Changing the order of the fractions:

$3/4 - (1/3 - 1/2)$

Solution: $3/4 - (2/6 - 3/6)$

$3/4 - (-1/6)$

$3/4 + 1/6$

LCM is 24

$18/24 + 4/24$

$22/24 = 11/12$.

Note that by changing the order of subtraction of the numbers we do not get the same result.

Multiplication

The product of two rational numbers is also a rational number.

For any two rational numbers a/b and c/d:

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d} = \frac{ac}{bd}$$

ac/bd is a rational number.

For example:

2/5 × 3/4

Solution: 2/5 × 3/4
= 3/10.

If we change the order of the rational numbers, the product is the same.

3/4 × 2/5

Solution: 3/4 × 2/5
= 3/10.

The same is the case when we multiply three or more rational numbers.

Multiply −5/8 × 4/15 × −3/4.

We can multiply them in different orders

(−5/8 × 4/15) × −3/4	or	−5/8 × (4/15 × −3/4)
Solution: −1/6 × −3/4		−5/8 × −1/5
= 1/8.		= 1/8.

We can see that the order of the rational numbers does not affect the product.

Multiplicative identity

The product of 1 and any rational number is equal to the same rational number.

1 is called the **multiplicative identity** for rational numbers.

Division

The dividend is multiplied by the multiplicative inverse of the divisor for dividing one rational number by another.

Divide 2/7 by 4/3

Solution: 2/7 ÷ 4/3
= 2/7 × 3/4
= 6/28.

Properties of rational numbers

The explanation and examples pertaining to rational numbers discussed above can be summarised as the properties of rational numbers. These are:

1. Commutative property of addition of rational numbers.
   The order of adding rational numbers does not affect the result.
2. Associative property of addition of rational numbers.
   The order of grouping of rational numbers does not affect the result.
3. Commutative property of multiplication of rational numbers.
   The order of multiplication of rational numbers does not affect the product.
4. Associative property of multiplication of rational numbers.
   The grouping of rational numbers does not affect the product.
5 Distributive property of multiplication over addition and subtraction.
   Multiplication is distributed over addition and subtraction.

Non-recurring or terminating decimals

To write a rational number as a decimal we can divide the numerator by the denominator.

Express the rational number 1/2 as a decimal.

Solution: To express the rational number as a decimal we can express the denominator as a power of 10.

Such as:

$$1/2 = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5$$

or We can divide 1 by 2.

Since 1 is less than 2, we cannot perform division so we take 1 as 10 tenths.

$1/2 = \frac{10 \text{ tenths}}{2} = 5 \text{ tenths} = 0.5$

We can see that the process of division has ended and there is no remainder.

Such a decimal is called a ***terminating decimal***.

Recurring decimal or non-terminating decimal

Now express the following rational number by division:

1/3

Solution: 1 divided by 3.

1/3 = 0.333…

We can see that the process of division is never ending. The remainder is not a zero.

Such a decimal is called a **non-terminating decimal**.

All terminating and **non-terminating decimal** represent rational numbers that can be written in the form n/d where n is an integer and d is a positive integer.

UNIT

3

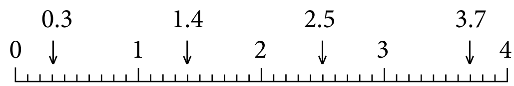
Decimals *(pages 30-35)*

Decimals

The decimal numbers system in based on power of 10. As we move from the left to the right, each place value of the digits is divided by 10. The decimal is denoted by a point (.)

Hundreds	Tens	Ones	•	Tenth	Hundredth	Thousandth
$\div$ 10	$\div$ 10			$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
				$\downarrow$	$\downarrow$	$\downarrow$
				0.1	0.01	0.001

Decimal number on a number line.



Changing a decimal fraction to a common fraction

To change a decimal fraction into a common fraction, write the decimal fraction as common fraction whose denominator is a power of ten, by counting the number of decimal places right of the decimal point.

Write the common fraction obtained in its simplest form.

Example

Change 0.3 into a common fraction.

Writing the denominator as 10, because there is one digit left of the decimal point, it becomes 3/10.

$1.5 = 1\frac{5}{10}$, changing it into an improper fraction it becomes 15/10, reducing it to its lowest terms it becomes 3/2.

Non-recurring or terminating decimals

To write a rational number as a decimal we can divide the numerator by the denominator.

Express the rational number 1/2 as a decimal.

Solution: To express the rational number as a decimal we can express the denominator as a power of 10.

Such as:

or $1/2 = \frac{1 \times 5}{2 \times 5} = \frac{5}{10} = 0.5$

We can divide 1 by 2.

Since 1 is less than 2, we cannot perform division so we take 1 as 10 tenths.

$1/2 = \frac{10 \text{ tenths}}{2} = 5 \text{ tenths} = 0.5$

We can see that the process of division has ended and there is no remainder.
Such a decimal is called a **terminating decimal**.

Recurring decimal or non-terminating decimal

Now express the following rational number by division.

1/3

Solution: 1 divided by 3.

1/3 = 0.333…

We can see that the process of division is never ending. The remainder is not a zero.
Such a decimal is called a **non-terminating decimal**.

All terminating and non-terminating decimals represent rational numbers that can be written in the form n/d where n is an integer and d is a positive integer.

Rules to identify a rational number is terminating or not terminating decimal

Terminating decimals have denominator factors of 5, 2, 5, or 10.

Fraction	Decimals	Is denominator a factor of 2?	Is denominator a factor of 5?	Terminating decimals
1/3	0,3333333	No	No	No
1/8	0.125	Yes	No	Yes
1/10	0.1	Yes	Yes	Yes
1/4	0.07142857	Yes	No	No

From the above observations, we conclude as following.

A fraction is a terminating decimal if its denominator is a factor of 2 or its powers or factor of 5 or its powers.

UNIT

4

Exponents *(pages 36-38)*

Coefficient, Base and Exponents

The number 9 can be written as 3×3 or 3^2

It is read as **three squared** and is called a **power** of 3.

The numbers 27 and 81 are also powers of 3.

$27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$ (three-cubed)

$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$ (three to the fourth power)

In general, if ***a*** is any real number and ***n*** is any positive integer, the nth power of ***a*** is written as a^n, and is defined as:

$a^n = a \,.\, a \,.\, a$ ------ n **factors**

where**,** *a* is called the **base**, and the small raised symbol ***n*** is called the **exponent**.

n (exponent)

a (base)

The exponent indicates the number of times the base occurs as a factor.

Example: Express the following using exponents.

$5 \times 5 \times 5 \times 5$

The base is '5'.

The number of times the base occurs as a factor is 4.

The exponent is 4.

so $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 5^4$ 4 (exponent) 5 (base).

Laws of exponents in Rational Number system

These laws have been discussed in the book on pages 36, 37, and 38.

A short review with examples is given below.

1. Product law

   $(\frac{4}{5})^2 \times (\frac{4}{5})^3 = (\frac{4}{5})^{2+3}$

   $(\frac{2}{5})^4 \quad (\frac{1}{3})^4 = (\frac{2x1}{5x3})^4$

2. Quotient law

   $(\frac{4}{7})^6 \div (\frac{4}{7})^2 = (\frac{4}{7})^{6-2}$

   $(\frac{2}{3})^3 \div (\frac{1}{3})^3 = (\frac{2/3}{1/3})^3$

   variables can be multiplied or divided if exponents are same.

3. Power law

$\{(\frac{2}{5})^2\}^4 = (\frac{2}{5})^8$

4. Zero exponent

$(\frac{1}{3})^0 = 1$

Absolute zero signifies the variable does not exist.

5. Exponent to negative integer

$(-\frac{5}{9})^4$ result will be a positive number if power is an even number.

$(-\frac{5}{9})^3$ result will be a negative number if power is an odd number.

6. Exponent as –ve integer

$(\frac{3}{5})^{-3} = (\frac{5}{3})^3$

7. Power of a product

$(\frac{4}{5} \times \frac{3}{5})^4 = (\frac{4}{5})^4 \times (\frac{3}{5})^4$

Activity:

After the completion of lesson, divide the class in three groups. Ask them to choose their own rational numbers from flash card (provided), and apply the laws on them. They will present their results on chart paper. In the end sheets will be displayed in the class and results will be discussed.

UNIT 5 Square roots of positive numbers

(pages 39-47)

Perfect Square

Perfect squares are obtained by squaring a whole number.

For example:

$3^2 = 9$ $7^2 = 49$ $11^2 = 121$

Short cuts to test perfect squares:

A number can not be a perfect square if

- last digit is 6 but tens digit is even
- last digit is not 6 but tens digit is odd
- last two digits are not divisible by 4 if it is an even number
- it ends in 2, 3,7, and 8
- last digit is 5 but tens digit is other than 2
- it terminates in an odd number of zeros

Square Roots

We have learnt that subtracting a number is the inverse of adding that number, and that dividing by a non-zero number is the inverse of multiplying by that number. The inverse of squaring a number is finding the 'square root' of that number.

Explain the symbol used to denote the square root of a positive number, which is called the **radical sign**. Often it is convenient to use the + or – notations with radicals.

An expression written beneath the radical sign is called the **radicand**.

It is interesting to note that zero has only one square root and that is zero itself.

The values of certain square roots can be seen at a glance; e.g. the square root of 49 is 7. We may be able to find other square roots by expressing them as a product of square roots familiar to us.

For example:

Find the square root of 144.

Solution: Factorizing 144

$= 9 \times 16$

The square root of 9 is 3 and that of 16 is 4.

Therefore, the square root of 144 is $3 \times 4 = 12$.

To find square roots by prime factors

We keep dividing the number by prime numbers till we get zero as the remainder.

Then by pairing off the factors and selecting one factor from each group we get a set of factors that when multiplied together give us the required square root.

Find the square root of 324.

Solution:

$$\begin{array}{r|r} 2 & 324 \\ \hline 2 & 162 \\ \hline 3 & 81 \\ \hline 3 & 27 \\ \hline 3 & 9 \\ \hline 3 & 3 \\ \hline & 1 \end{array}$$

Grouping two equal factors:

$324 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3}$

Selecting one factor from each pair we get:

$2 \times 3 \times 3 = 18$.

The square root of 324 is 18.

Square root of a fraction

We find the square roots of the numerator and the denominator separately, then write them as a fraction.

Find the square root of 25/36.

Solution: $\sqrt{25/36}$

The square root of 25 is 5 and that of 36 is 6.

Writing the square roots as a fraction, we get 5/6.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

The square root of 100 and its powers

Give the pupils a tip to find out the square root of 100 and its powers. Give them the following example:

$10{,}000^2 = 100{,}000{,}000$

Then tell them to convert two zeros into one:

1 $\underline{00}$ $\underline{00}$ $\underline{00}$ $\underline{00}$

Now, each pair should be reduced to one zero to find out its square root.

Therefore, the square root of 100,000,000 is 10,000.

The square root of a decimal number

The square root of 100 and its powers can be shown by finding their prime factors.

Find the square root of 100.

Solution: The prime factors of 100 are 10 x 10.

So, the square root of 100 is 10.

We can use two methods for finding the square root of a decimal number.

First, we convert the decimal into a fraction and then we find the square root.

For example:

Find the square root of 0.16.

By changing it into a decimal fraction we get:

16/100.

Finding the square root of the numerator and the denominator we get:

4/10.

Changing it back into a decimal number we get:

4/10 = 0.4.

A decimal fraction is a perfect square if it can be converted into a perfect square fraction.

Word Problems

Read the word problems carefully and discuss them thoroughly before asking them to solve.

UNIT 6

(pages 48-59)

Direct and Inverse variation

Time, Work, and Distance

Relation between work and time

$$\left.\begin{array}{lcl} \text{More Time} & \longrightarrow & \text{More work} \\ \text{Less Time} & \longrightarrow & \text{Less work} \end{array}\right] \text{direct proportion}$$

Relation between distance and time (keeping speed constant)

$$\left.\begin{array}{lcl} \text{More Time} & \longrightarrow & \text{More distance} \\ \text{Less Time} & \longrightarrow & \text{Less distance} \end{array}\right] \text{direct proportion}$$

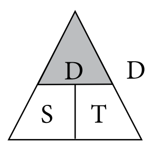
Relation between distance (D), time (T), and speed (S)

$$S = \frac{D}{T}$$

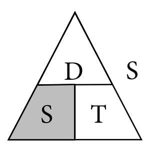
$$D = S \times T$$

$$T = \frac{D}{S}$$

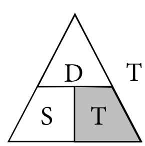
Students can be guided to an easy way to remember the formula. We put these quantities into a triangle.



$D = S \times T$



$S = D/T$



$T = D/S$

Proportional division

Proportional division means dividing a given quantity in a specified ratio.

The number in the ratio is considered to be the total number of units that the given quantity is to be divided into. From this we find the quantity per unit.

Divide Rs 5,000 in the ratio 2:3:5.

Solution: The sum of the ratios is 2 + 3 + 5 = 10.

Quantity per unit is Rs 5,000 divided by 10.

One unit is equal to Rs 500.

According to the given ratio:

2 units will be equal to 500 × 2 = Rs 1,000;

3 units will be equal to 500 × 3 = Rs 1,500; and

5 units will be equal to 500 × 5 = Rs 2,500.

This is the required proportional division.

This is a simpler method of calculating proportions. Teachers should explain the formula to the pupils so that they can retain it better.

For example:

$$\text{A's share} = \frac{\text{the ratio of A}}{\text{total ratio}} \times \text{total quantity.}$$

Continued ratio

Three quantities of the same kind are said to be in a continued proportion when the ratio of the first to the second is equal to the ratio of the second to the third.

For example:

proportion 1 : 3 = 3 : 9

3 constitutes the second as well as the third terms of the proportion, i.e. the means are the same. In this case, 3 is called the **mean proportional** between 1 and 9. Also, the three numbers 1, 3 and 9 are said to be in continued proportion. The third quantity is called the **third proportional.**

To convert ratios into continued ratios:

Consider the proportion 2 : 3 = 5 : 7

This can be written as:

A : B = 2 : 3

B : C = 5 : 7

To change the ratios into continued ratios; we multiply the first ratio by 5 and the second by 3 to make the second proportional B the same.

2 : 3 = 10 : 15 (multiplying by 5)

5 : 7 = 15 : 21 (multiplying by 3)

Now B is the same in both the ratios.

So the continued proportion will be A : B : C.

10 : 15 : 21

We can divide a given quantity into the given ratio by changing the ratios into continued ratio and then dividing.

Divide Rs 7,000 amongst A, B, C in the following ratios.

A : B = 2 : 3

B : C = 4 : 5

Solution: For changing the ratios into continued ratio, multiply the first ratio by 4 and the second ratio by 3.

We get 8 : 12, and 12 : 15.

So the continued ratio is:

A : B : C

8 : 12 : 15

The sum of the ratios is 8 + 12 + 15 = 35.

Hence, the shares are:

A's share is 8/35 × 7,000 = Rs 1,600,

B's share is 12/35 × 7,000 = Rs 2,400 and

C's share is 15/35 × 7,000 = Rs 3,000.

UNIT

7 Financial Arithmetic

(pages 60-62)

Property Tax

It is the tax, a person has to pay at a certain rate, fixed by the government, for the annual income from a piece of property.

Custom Duty

It is a kind of tax which is charged on goods that are imported from foreign countries. The rate is different for different items.

Sales Tax

It is a tax that a shopkeeper has to pay on the annual sales of goods that he sells.

All calculations concerning different kinds of taxes can be calculated using the method of solving percentages.

Example:

Property Tax on a house worth Rs 96,000 at the rate of 15%

Property Tax $= \frac{15}{100} \times 96{,}000$

$= \text{Rs } 14{,}400$

Custom Duty on a VCR worth Rs 4500 at the rate of 80%.

Custom duty $= \frac{80}{100} \times 4500$

$= \text{Rs } 3{,}600$

Inland price = Cost + Custom duty

= 4,500 + 3,600

= Rs 8,100

A shopkeeper sold goods for Rs 85,500. Find the sales tax at the rate of 5%.

Amount of sales = Rs 85,500

Sales tax at the rate of 5% $= \frac{5}{100} \times 85{,}500 = \text{Rs } 4{,}275$

Zakat

Explain the meaning of Zakat as $2\frac{1}{2}$ % of the annual savings of a person's income.

$2\frac{1}{2}$ % = Rs 2.50 on every Rs 100 saved.

It is also equal to 1/40 of the total saving as 2.50/100 = 1/40.

To find the amount of Zakat payable on a certain sum.

Example: Find the amount of Zakat payable on Rs 10,000

Zakat $= 2\frac{1}{2}$ % of 10,000

$= 5/2 \times 1/100 \text{ x } 10{,}000$

= Rs 250

It can also be calculated by multiplying the annual savings by 1/40 or by dividing it by 40.

e.g. Zakat on Rs 10,000 will be

$1/40 \times 10{,}000$ = Rs 250

To find the annual savings when the amount of Zakat is given.

Example: Find the amount on which Rs 550 is paid as Zakat.

When Zakat is Rs 2.50 the actual amount is 100

"	"	1	"	"	100/2.50
"	"	550	"	"	$(100/2.50) \times 550$ = Rs 22, 000

or we can find the savings by multiplying the Zakat by 40:

Savings = $100/2.50 \times 550$

since $100/2.50 = 40/1$

savings = $(40/1) \times 550$ = Rs 22,000

UNIT

8

Algebraic Expressions

(pages 63-75)

Algebraic expressions

A variable is a symbol that is used to represent one or more numbers.

a, b, c . . . . . . are **variables**.

To solve problems using algebra, we must often translate word phrases of numbers into numerical or variable expressions.

An algebraic expression is a combination of numbers and variables connected by one or more symbols such as + or –.

Coefficient, base, exponents

In the expression: $2\,a^3$, 2 is called the **coefficient**, **a** is the base and 3 is the exponent.

Polynomial expressions

An algebraic expression having one or more variables whose exponents are positive integers, is called a polynomial expression.

For examples:

$8x$, $8x + 9$, $8x^2 + 2x + 1$

A **monomial** is considered a polynomial of one term, which is an expression that is either a numeral, a variable, or a product of a numeral and one or more variables. A numeral such as 7, is called a **constant monomial** or a **constant.**

For examples:

- Monomial expressions have one term.

  7, a, $3c$, $8x^2y$
- Binomial expressions have two terms:

  $4x + 9$, $6b^2 - 7a$
- Trinomial expressions have three terms:

  $x^2 - 3x - 2$, $5b^2 + 3ab - a^2$

Degree of polynomials

The **degree of a monomial in a variable** is the number of times that variable occurs as a factor in the monomial.

$3xy^2z^3$ is of degree 1 in x, 2 in y and 3 in z.

The degree of any non-zero constant monomial is **0** (It has no degree).

The **degree of a polynomial** is the greatest of the degrees of its terms.

$4x^3 + 5x^2 + 7$.

The greatest degree of the variable x is 3. So the degree of the polynomial is 3.

Ascending and descending order

It is often helpful to rearrange the terms of a polynomial so that their degrees in a particular variable are in either increasing or decreasing order.

Consider the expression:

$-4x^3 + 3x^2 + 3x^5$

The lowest power of x is 2, and the highest power of x is 5.

To arrange the terms in ascending order we start from the lowest power i.e. $3x^2 - 4x^3 + 3x^5$.

To arrange the terms in descending order we start from the highest power i.e. $3x^5 - 4x^3 + 3x^2$.

Exponential expressions

The number 9 can be written as:

3×3 or 3^2 and is called a **power** of 3 (It is read as: **3 to the second power** or **three squared**).

The numbers 27 and 81 are also powers of 3.

27 can be written as $3 \times 3 \times 3$ or 3^3 (It is read as: **three to the third power** or **three-cubed**).

In the expression a^3, a is called the **base** and 3 is called the **exponent**.

The exponent indicates the number of times the base occurs as a factor.

Operations with polynomials

Addition of algebraic expressions

The terms that have the same variables and exponents are called **like terms**. The coefficients of **like terms** may be different.

e.g. a, $2a$, $3a$

The terms that have different variables and exponents are called **unlike terms**, even if their coefficients are the same.

e.g. $2a$, $2a^2$, $2a^3$

Note: Only **like terms** can be added or subtracted.

To add two polynomials, we write the sum and simplify by adding **like terms**.

For example:

$2x + 5x = 7x$.

$2a + 3b$ and $2b + a$.

Write in a vertical form:

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \underline{a + 2b} \\ \underline{3a + 5b} \end{array}$$

Addition of positive and negative terms

$3a - 6a + 9a - 4a$

First, group the terms with similar signs.

$3a + 9a - 6a - 4a$

Then, add **like terms**.

$12a - 10a \quad = \quad 2a.$

Addition of mixed expressions

Mixed expressions can be added by associating the **like terms** horizontally or vertically.

Add: $5x^2y + 3x^2 - 8 + 4x^2y + 2x^2 + 9.$

Solution: (i) Associating the terms horizontally:

$5x^2y + 4x^2y + 3x^2 + 2x^2 - 8 + 9$

$9x^2y + 5x^2 + 1.$

(ii) Associating the terms vertically:

$$\begin{array}{l} 5x^2y + 3x^2 - 8 \\ \underline{4x^2y + 2x^2 + 9} \\ \underline{9x^2y + 5x^2 + 1} \end{array}$$

Subtraction of algebraic expressions

Subtracting polynomials is very much like subtracting real numbers. To subtract a number, you add the opposite of that number.

To subtract a polynomial, you add the opposite of **each** term of the polynomial that you are subtracting and then simplify.

Subtract: $-5a^2 + 2ab + 3b^2 - 4$ from $7a^2 + 6ab - b^2 - 9.$

Solution:

(i) Associating the terms horizontally:

$(7a^2 + 6ab - b^2 - 9) - (-5a^2 + 2ab + 3b^2 - 4)$

$= 7a^2 + 6ab - b^2 - 9 + 5a^2 - 2ab - 3b^2 + 4$

$= (7 + 5)\ a^2 + (6 - 2)\ ab + (-1 - 3)\ b^2 + (-9 + 4)$

$= 12a^2 + 4ab - 4b^2 - 5.$

(ii) Associating the terms vertically:

$$\begin{array}{rrrrl} 7a^2 & + 6ab & - b^2 & - 9 & \\ - 5a^2 & + 2ab & + 3b^2 & - 4 & \\ + & - & - & + & \text{(changing to the opposite)} \\ \hline 12a^2 & + 4ab & - 4b^2 & - 5 & \text{(adding)} \end{array}$$

Multiplication of polynomials

When we multiply two monomials, we use the rule of exponents along with the commutative and associative properties for multiplication.

(i) Multiply $2x^2$ by 3.

Solution: $2x^2 \times 3 = 6x^2$.

(ii) Multiply $-5x^2$ by -3.

Solution: $-5x^2 \times -3 = +15x^2$.

Multiplying polynomials

When we multiply two powers having the same base, we add the exponents.

(i) $x^2 \times x^5 = x^{2+5} = x^7$.

(ii) $3x^3y^4 \times -7xy^5$

$= (3 \times -7)\ (x^3 \times x)\ (y^4 \times y^5)$

$= (-21)\ (x^{3+1})\ (y^{4+5})$

$= -21x^4y^9$.

Multiplying a polynomial by a monomial

We use the distributive property and the rules of exponents to multiply.

Multiply $3a^2 - 4a + 3$ by $4a$.

We can multiply horizontally or vertically.

(i) $4a\ (3a^2 - 4a + 3)$ (multiplying horizontally)

$= 12a^3 - 16a^2 + 12a$

(ii)
$$\begin{array}{r} 3a^2 - 4a + 3 \\ \times\ \underline{4a \qquad\qquad\quad} \\ \underline{12a^3 - 16a^2 + 12a} \end{array}$$
(multiplying vertically)

Multiplying two polynomials

We can use the distributive property of multiplication to multiply two polynomials.

Multiply $4x + 3$ by $3x + 4$.

(i) Multiplying horizontally:

$(4x + 3)\ (3x + 4)$

$= 4x\ (3x + 4) + 3\ (3x + 4)$

$= 12x^2 + 16x + 9x + 12$

$= 12x^2 + 25x + 12$

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

(ii) Multiplying vertically:

$$\begin{array}{r} 4x + 3 \\ 3x + 4 \\ \hline 12x^2 + 9x \\ + 16x + 12 \\ \hline 12x^2 + 25x + 12 \\ \hline \end{array}$$

Algebraic Identities

$(x + a)(x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + 2ab + b^2$

$(a - b)^2 = (a - b)(a - b) = a^2 - 2ab + b^2$

$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$

The above identities are verified on page 74 and 75 of the book

Factorisation of algebraic expression

To Factorise an Expression which is a Perfect Square

Factorise: $81x^2 + 90xy + 25y^2$

$81x^2 + 90xy + 25y^2$

$= (9)x^2 + 2(9)x(5y) + (5y)^2$

$(9x + 5x)^2 = (9x + 5y)(9x + 5y)$

is the factorisation.

Factorise: $36a^2 - 84ab + 49b^2$

$36a^2 - 84ab + 49b^2$

$(6a)^2 - 2(6a)(7b) + (7b)^2$

$(6a - 7b)^2 = (6a - 7b)(6a - 7b)$

is the factorisation.

Factorisation of Expressions of the Type $a^2 - b^2$

We can use the symmetric property of equality to write the statement $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$ in a form useful for factorising the difference of two squares.

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$.

Factorise: $16a^2 - 25b^2$.

$16a^2 - 25b^2$

$= (4a)^2 - (5b)^2$

$= (4a + 5b)(4a - 5b)$ is the factorisation.

In expressions that have common factors we first take out the common factors and then factorise the expression

Factorise: $49a^3b - 9ab^3$

common factors are: ab

$= 49a^3b - 9ab^3$

$= ab\ (49a^2 - 9b^2)$

$= ab\ \{(7a)^2 - (3b)2\}$

$= ab\ (7a + 3b)\ (7a - 3b)$ is the factorisation.

Factorisation of Expressions of the Type $ax^2 + bx + c$

Trinomials can be factorised as a product of the form $(x + a)\ (x + b)$ where $\boldsymbol{a}$ and $\boldsymbol{b}$ are either positive or negative.

Look at these products:

$(x + 3)\ (x + 4) = x^2 + 7x + 12$

sum of 3 & 4 product of 3 & 4

$(x - 3)\ (x - 4) = x^2 - 7x + 12$

sum of –3 & –4 product of –3 & –4

We can see that:

$(x + a)\ (x + b) = x^2 + (a + b)x + ab$

UNIT

9

Linear Equations *(pages 76-82)*

Solution of linear equations

Equations

A polynomial equation has polynomials on both sides and where both the sides have an equality sign in the middle.

A simple linear equation

An equation is formed by placing an **is equal to** sign between two numerical variable expressions called the **sides** of the equation. In an equation, the sign of equality between the sides shows that the two sides are equal.

e.g. $x - 5 = 7$.

An equation in which the exponent of the variable is 1 is called a linear equation.

Equivalent equations

Equations having the same solution are called equivalent equations.

Transforming equations

To solve an equation we usually try to change or **transform** it into a simple equivalent equation, whose solution can be seen at a glance. This transformation into a simple equivalent equation can be done by substitution, addition, or subtraction.

Addition and subtraction properties of an equality

1. If the same number is added to equal numbers, the sums are equal.
2. If the same number is subtracted from equal numbers, the differences are equal.

We can use these properties to solve some equations.

Solve $x - 5 = 7$.

$x - 5 + 5 = 7 + 5$ (5 is added to both sides)

$x = 12$.

Solve $x + 10 = 20$.

$x + 10 - 10 = 20 - 10$ (10 is subtracted from both sides)

$x = 10$.

Because errors may occur in transforming equations, we should check our work by substituting the value of the variable found, so as to show that the transformed equation satisfies the original equation.

$x + 8 = 3.$
$x + 8 - 8 = 3 - 8$
$x = -5.$

Substituting the value of $x = -5$ in the given equation:

$x + 8 = 3.$
$-5 + 8 = 3$
$3 = 3.$

Multiplication and division properties of an equality

1. If equal numbers are multiplied by the same number, the products are equal.
2. If equal numbers are divided by the same non-zero number, the quotients are equal.

Transformation by multiplication

Multiply each side of a given equation by the same non-zero real number.

$x/2 = 14.$

Multiplying both sides by 2:

$(x/2)(2) = (14)(2)$

$x = 28.$

Transformation by division

Divide each side of a given equation by the same non-zero real number.

e.g. $2x = 10.$

Dividing both sides by 2:

$2x/2 = 10/2$

$x = 5.$

Using several transformations to solve an equation

We know that subtraction is the inverse of addition and that division is the inverse of multiplication. In transforming equations, we often use inverse operations.

Solve $4y + 43 = 19.$

Solution: $4y + 43 = 19$

Subtracting 43 from each side:

$4y + 43 - 43 = 19 - 43$

$4y = -24$

Dividing each side by 4:

$4y/4 = -24/4$

$y = -6.$

To check:

Substituting the value of $y = -6$ in the given equation:

$4y + 43 = 19$

$(4)(-6) + 43 = 19$

$-24 + 43 = 19$

$19 = 19$

The following steps are usually helpful when we are solving an equation in which all the variables are on the same side.

1. Simplify each side of the equation.
2. If there are indicated additions or subtractions, use the inverse operations to undo them.
3. If there are indicated multiplications or divisions, use the inverse operations to undo them.

Solving word problems

Follow the steps given below for solving word problems involving linear equations:

1. Read the problem carefully a few times. Decide what numbers are asked for and what information is given. Making a sketch may be helpful.
2. Choose a variable and use it with the given facts to represent the number(s) described in the problem.
3. Reread the problems. Then write an open sentence that represents the relationship amongst the numbers in the problem.
4. Solve the open sentence and find the required numbers.
5. Check your results with the words of the problem. Give the answer.

(pages 83-93)

Fundamentals of Geometry

UNIT 10

Congruent and similar figures:

Studying about figures and comparing their shapes, size and angles we come to know interesting facts about them.

Comparing figures

(i) Congruent figures

(ii) Similar figures

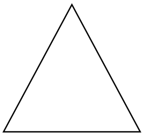
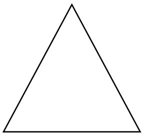
Congruent figures

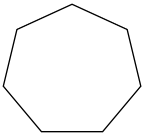
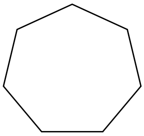
≅

Same size | symbol for congruency | same shape

Congruent figures

 ≅ 

 ≅ 

 ≅ 

Congruent shapes have same size and same angles. If they are placed upon each other, they exactly fit each other.

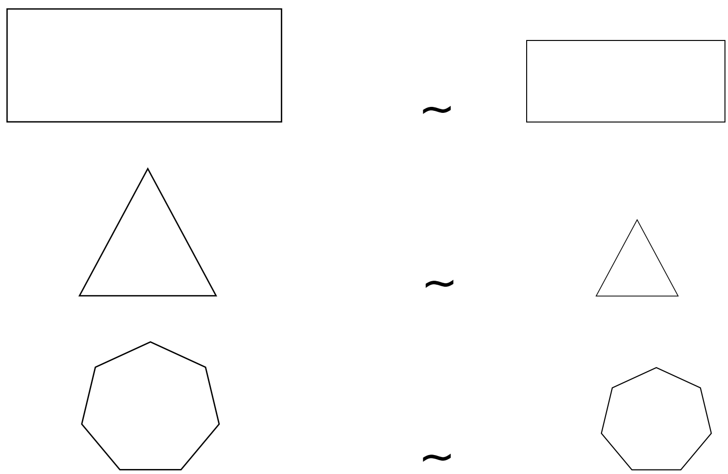
Similar figures

Similar figures

same shape

corresponding angles are equal

corresponding sides in proportion



Similar shapes are the figures which have same shape but not the same size. They have equal corresponding angles, but their sides are in proportion to each other.

Congruent triangles

There are four tests to work out the congruency of two triangles.

1. SSS : all side of two triangles are equal
2. SAS : two sides and including angles
3. ASA : two angles and one side in equal
4. RHS : hypotenuse and one side of a right angled triangle are equal.

Explain these conditions with the help of example given on page 90. Further activity can be done by attempting the questions in the exercise 10.3

Similar triangles

There are three conditions for similarity between triangles given on page 89 of textbook.

Circle

Some examples, how circles are used in real life:

Camera lenses, tyres, ferris wheels, steering wheels, elliptical, buttons, cakes, pizzas and pies are examples of circles.

(pages 94-100)

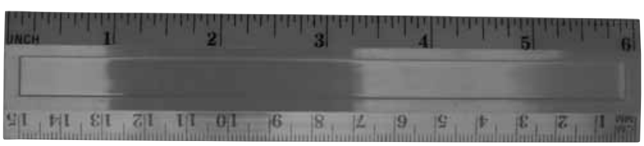
Practical Geometry

Geometric tools:

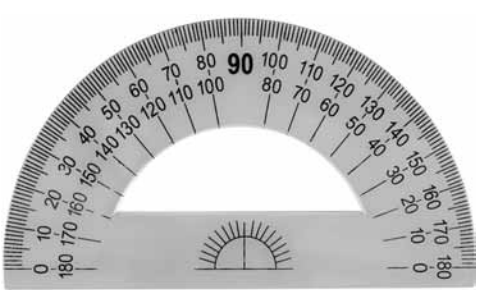
Geometric tools are used to draw geometric figures. The most important and basic geometric tools are:

1. Straight ruler to draw straight lines
2. Compass to draw arcs and circles.
3. Protractor to construct and measure angles.

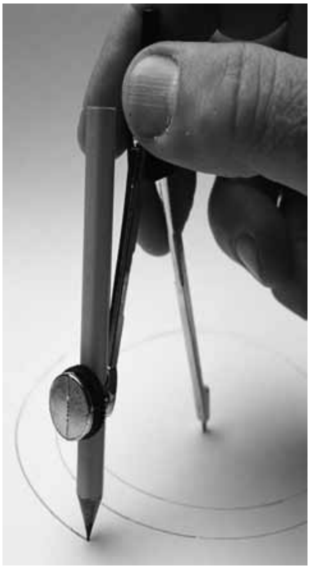
Geometry deals with the lines, shape and position of the figures that follow some rules. Practical geometry is about the methods to apply these rules. Unit 11 provides the methods of deciding line segments and construction of triangles and quadric laterals. Students should be given ample practice through examples from the book and daily life evidences.



Ruler



Protractor



Compass

OXFORD UNIVERSITY PRESS

UNIT

12

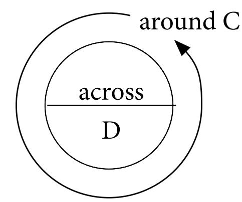
Circumference, Surface Area, and Volume

(pages 101-105)

Circumference of a circle

In circles having different radii, the ratio between the circumference and diameter is same. This ratio is denoted by $\pi = \frac{22}{7} = 3.1428$ approx.

$\pi = \frac{\text{around}}{\text{across}} = \frac{C}{D}$



$C = \pi D$

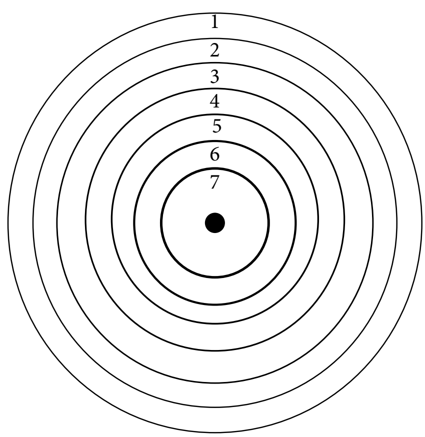
$C = \pi \times 2R$ since $D = 2R$

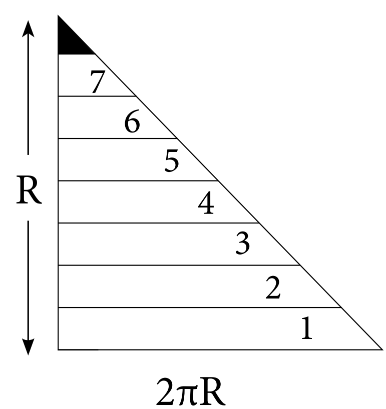
$C = 2\pi R$

Area of a circle:

To derive the formula for Area of a circle, students can be involved in the following activity.

Draw a circle and then draw concentric circles inside the circle.





Perimeter of each circle is the circumference of the circle and can be shown as a straight line Draw the circumference of each circle as a straight line one upon the other. In the end we get a right angle triangle

Area of circle = area of right angled triangle

Area of circle $= \frac{1}{2} \times$ base r height

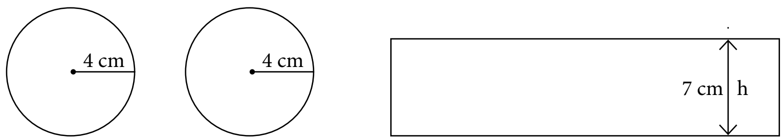
$= \frac{1}{\cancel{2}} \times \cancel{2}\pi R \times R$

$= \pi R^2$

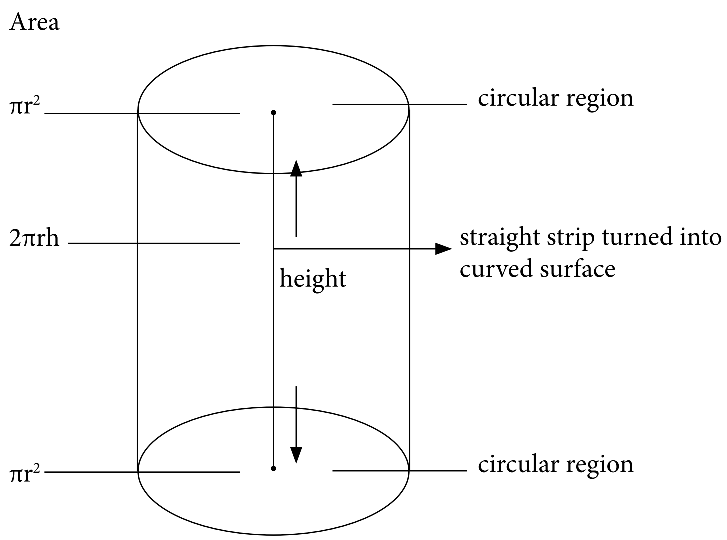
Surface area and volume of cylinder

Activity:

Divide the class in 4 groups. The rectangular cutout length should be equal to the circumferences of the two circle cutouts. The width of the rectangle can be any measurement as the height of the cylinder.



Ask them to make a cylinder with the help of the cutouts and glue.



Help the students to recall the surface area of circles and curved surface.

Surface area of cylinder = surface area of two circles and curved surface

$$= \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi rh$$

$$= 2\pi r\,(r+h)$$

Now ask each group to find surface area according to the measurements given to them.

Volume of a cylinder = $\pi r^2 h$

UNIT
13 Information Handling
(pages 106-109)

Pie chart

Diagrams and graphs help in giving us an overall view of the data under consideration. They present the facts in the form of pictures by which data or information can easily be compared.

One kind of chart called the **pie chart** is constructed by dividing a circle into different sectors. Each sector corresponds to the percentage of a category of data under consideration. The angle of each sector is proportional to the number the sector represents.

To obtain the sectors in a pie chart we need to find the angles at the center of the circle. Since the total area of the circle corresponds to the total number of degrees in the circle, i.e. 360, we can find the angle of the circle by dividing each item by the total number of items and multiplying by 360°.

To draw a pie chart

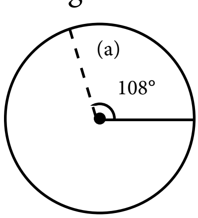
First find out the angles of each sector. Then draw the radius of the circle and with the help of a protractor, draw the required angle. Using the arm of the angle drawn, draw the next angle corresponding to the next sector and so on. Fill till all the sectors have been represented.

Write the item in the sector it represents. Colour each sector in a different shade.

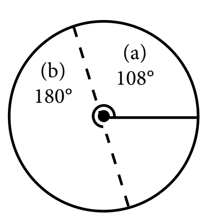
Example:

Draw a pie chart to represent the monthly expenditure of a family.

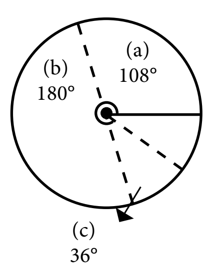
House rent	=	30%	=	$\frac{30}{100} \times 360° = 108°$
Food	=	50%	=	$\frac{50}{100} \times 360° = 180°$
Education	=	10%	=	$\frac{10}{100} \times 360° = 36°$
Health	=	2%	=	$\frac{2}{100} \times 360° = 7.2°$
Savings	=	8%	=	$\frac{2}{100} \times 360° = 28.8°$
Adding all the items:			=	100%



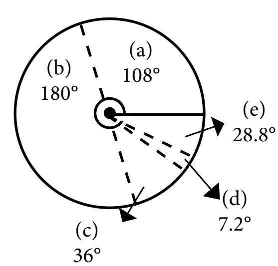
draw the first sector



draw the second sector (iv)



draw the third sector (v)



then, draw the last two sectors (vi)

OXFORD UNIVERSITY PRESS

اعداد و شمار کا اندراج (Information Handling)

گولائی کا چارٹ

تصاویر اور گراف زیرِ غور مواد کا جائزہ لینے میں ہماری مدد کرتے ہیں۔ وہ حقائق کو مخصوص شکل میں پیش کرتے ہیں جس کی مدد سے مواد یا معلومات کا آسانی سے تقابل کیا جا سکتا ہے۔

گراف کی ایک قسم کو 'گولائی کا چارٹ' کہا جاتا ہے جسے ایک دائرے کو مختلف حصوں میں تقسیم کر کے بنایا جا سکتا ہے۔ اس کا ہر حصہ زیرِ غور مواد کی فی صد سے تعلق رکھتا ہے۔ ہر حصے کا زاویہ حصے کی مناسبت سے ہوتا ہے۔

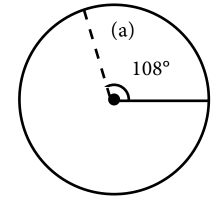
گولائی کے چارٹ میں کسی حصے کو حاصل کرنے کے لیے ہمیں گولائی کے مرکز سے زاویے کی تلاش کرنا ہوگی۔ چونکہ گولائی کا تمام رقبہ اس کے تمام زاویوں سے متعلق ہے یعنی 360^{o} لہٰذا ہم گولائی کا زاویہ جاننے کے لیے ہر شے کو کل تعداد سے تقسیم کر کے 360^{o} سے ضرب دے دیں گے۔

گولائی کا چارٹ بنانا

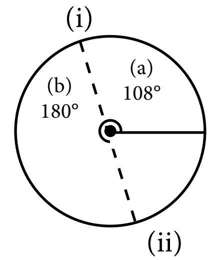
پہلے ہر حصے کے زاویے تلاش کیجیے۔ پھر دائرے کا قطر بنائیے اور پرکار کی مدد سے مطلوبہ زاویہ بنائیے۔ پھر زاویے کی قائم کی ہوئی لکیر پر دوسرا زاویہ بنائیے جو اگلے حصے سے متعلق ہو اور اسی طرح آگے بڑھتے رہیے۔ یہ عمل اس وقت تک کرتے رہیں جب تک کہ تمام حصے واضح نہ ہو جائیں۔ پھر ہر حصے میں متعلق چیز درج کیجیے۔ ہر حصے میں مختلف رنگ بھریے۔

مثلاً ایک خاندان کے ماہانہ اخراجات دکھانے کے لیے گولائی کا گراف بنائیے۔

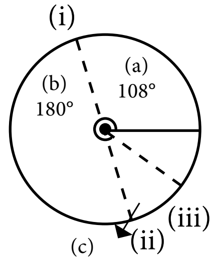
گھر کا کرایہ =	30% =	108^{o} =	$30/100 \times 360^{o}$
خوراک =	50% =	180^{o} =	$50/100 \times 360^{o}$
تعلیم =	10% =	36^{o} =	$10/100 \times 360^{o}$
صحت =	2% =	7.2^{o} =	$2/100 \times 360^{o}$
بچت =	8% =	28.8^{o} =	$8/100 \times 360^{o}$



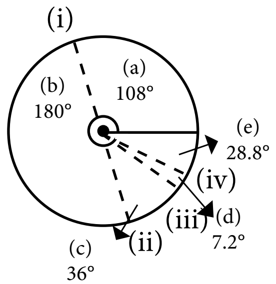
(iii) پہلا حصہ بنائیے۔



(iv) اب دوسرا حصہ بنائیے۔



(v) اب تیسرا حصہ بنائیے۔

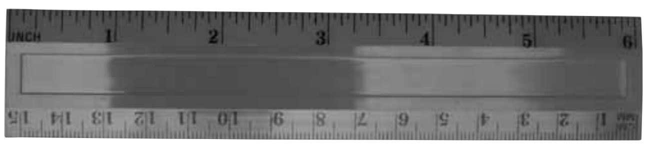


(vi) اب آخری دو حصے بنائیے۔

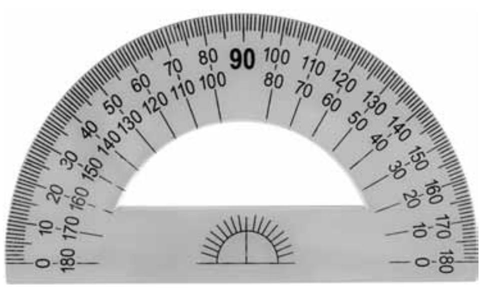
(Practical Geometry) پریکٹیکل جیومیٹری

درسی کتاب New GetAhead Mathematics-7 میں مختلف قسم کی مثلث اور متساوی الاضلاع بنانے کے لیے دیئے گئے مدارج پر عمل کریں۔ طلبا کو جیومیٹری کے آلاتِ پیمائش کے بارے میں تفصیل بتائیں۔

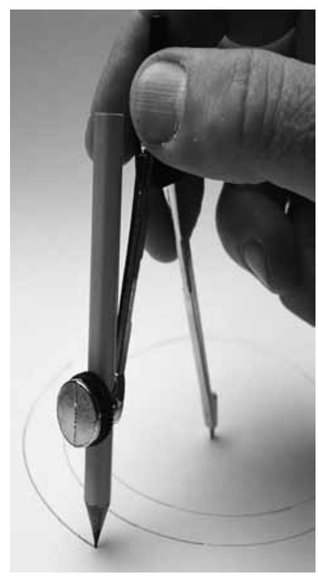
جیومیٹری کے آلات پیمائش



Ruler



Protractor



Compass

ایک مساوات کو حل کرنے کے لیے کئی تبدیلیوں کا استعمال

ہم جانتے ہیں کہ تفریق جمع کی ضد ہے اور اسی طرح تقسیم ضرب کی ضد ہے۔ مساوات کی تبدیلی میں ہم اکثر ضد کا طریقہ استعمال کرتے ہیں۔

مثلاً حل کیجیے: $4y + 43 = 19$

حل: $4y + 43 = 19$

ہر سمت سے 43 تفریق کرتے ہوئے

$$4y + 43 - 43 = 19 - 43$$

$$4y = -24$$

ہر سمت کی 4 سے تقسیم کرتے ہوئے

$$4y/4 = -24/4$$

$$y = -6$$

جانچ کرنے کے لیے

دی ہوئی مساوات میں $y = -6$ کی قدر لانے سے:

$$4y + 43 = 19$$

$$(4)\ (-6) + 43 = 19$$

$$-24 + 43 = 19$$

$$19 = 19$$

مندرجہ ذیل اقدامات اس صورت میں مددگار ہوتے ہیں جب ہم ایک ایسی مساوات کو حل کر رہے ہوں جس میں تمام متغیرات ایک ہی سمت میں ہوں۔

1- مساوات کی دونوں سمتوں کو سادہ ترین شکل میں لائیے۔

2- اگر کہیں جمع یا تفریق کی نشان دہی ہوتی ہو تو ضد (معکوس) کا استعمال کر کے انھیں غیر موثر کر دیں۔

3- اگر کہیں ضرب یا تقسیم کی نشان دہی ہوتی ہو تو ضد (معکوس) کا استعمال کر کے انھیں غیر موثر کر دیں۔

عبارتی مسائل حل کرنا

خطی مساوات سے متعلق عبارتی مسائل کو حل کرنے کے لیے ذیل میں دیے ہوئے اقدامات کریں:

1- مسئلے کو کئی بار توجہ سے پڑھیں۔ فیصلہ کریں کہ کیا اعداد پوچھے گئے ہیں اور کیا معلومات دی گئی ہیں؟ ایک خاکہ بنا لینا مددگار ہو گا۔

2- ایک متغیر کا انتخاب کیجیے اور اسے دیے ہوئے حقائق کے ساتھ مسئلے میں بیان کیے گئے عدد یا اعداد کی وضاحت کے لیے استعمال کیجیے۔

3- مسائل کو دوبارہ پڑھیں۔ پھر ایک کھلا جملہ لکھیں جو مسئلے میں دیے گئے اعداد کے درمیان تعلق ظاہر کرتا ہو۔

4- کھلے جملے کو حل کیجیے اور مطلوبہ اعداد حاصل کیجیے۔

5- اپنے نتیجے کو مسئلے کی عبارت کے ذریعے چیک کیجیے اور جواب دیجیے۔

چونکہ مساوات کو تبدیل کرتے ہوئے غلطیاں ہوسکتی ہیں اس لیے ہم اپنے کام کو حاصل شدہ متغیر کی قدر کو تبدیل کر کے چیک کر سکتے ہیں تاکہ یہ ظاہر ہو کہ تبدیل شدہ مساوات بنیادی مساوات کے عین مطابق ہے۔

مثلاً : $x + 8 = 3$

$$x + 8 - 8 = 3 - 8$$

$$x = -5$$

دی ہوئی مساوات میں $x = -5$ کی قدر استعمال کرتے ہوئے

$$x + 8 = 3$$

$$-5 + 8 = 3$$

$$3 = 3$$

مساوات کی ضرب اور تقسیم کی خصوصیات

1- اگر مساوی اعداد کو یکساں عدد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب برابر ہوں گے۔

2- اگر مساوی اعداد ایک ہی غیر صفری عدد سے تقسیم کیے جائیں تو حاصل قسمت برابر ہوں گے۔

ضرب کے ذریعے تبدیلی

ایک دی ہوئی مساوات کی ہر سمت کو ایک ہی غیر صفری حقیقی عدد سے ضرب دیجیے۔

مثلاً $x/2 = 14$

دونوں سمتیں 2 سے ضرب کرنا

$$(x/2)\ (2) = (14)\ (2)$$

$$x = 28$$

تقسیم کے ذریعے تبدیلی

ایک دی ہوئی مساوات کی ہر سمت کو ایک ہی غیر صفری حقیقی عدد سے تقسیم کیجیے۔

مثلاً $2x = 10$

دونوں سمتیں 2 سے تقسیم کرنا

$$2x/2 = 10/2$$

$$x = 5$$

مساوات (Equations)

ایک کثیر رقمی مساوات وہ ہوتی ہے جس کی دونوں سمتوں میں کثیر رقمی اظہاریے ہوں اور جہاں دونوں سمتوں کے درمیان ایک مساواتی نشان ہو۔

سادہ خطی مساوات

مساوات بنانے کے لیے اس کے دونوں عددی متغیر اظہاریوں کے درمیان (جو کہ اس کی دو اطراف کہلاتی ہیں) 'برابر ہے' کا نشان لگایا جاتا ہے۔کسی مساوات کے دونوں اطراف کے درمیان برابر ہے کا یہ نشان ظاہر کرتا ہے کہ دونوں سمتیں برابر ہیں۔

مثلاً: $x - 5 = 7$

ایک ایسی مساوات جس میں متغیر کا قوت نما 1 ہو خطی مساوات کہلاتی ہے۔

مساویانہ مساوات

ایسی مساوات جن کے یکساں حل ہوں 'مساویانہ مساوات' کہلاتی ہیں۔

مساوات کو تبدیل کرنا

کسی مساوات کو حل کرنے کے لیے ہم عام طور پر اسے تبدیل کر دیتے ہیں یا مساویانہ مساوات کی کسی شکل میں سادہ بنا دیتے ہیں، جس کے نتائج پہلی نظر میں دیکھے جا سکتے ہیں۔ سادہ مساویانہ مساوات میں تبدیلی کسی بھی مبادل، جمع یا تفریق کے ذریعے کی جا سکتی ہے۔

مساوات کی جمع اور تفریق کی خصوصیات

1- اگر ایک ہی عدد مساوی اعداد میں جمع کیا گیا ہو تو ان کے حاصل مساوی ہوں گے۔

2- اگر ایک ہی عدد مساوی اعداد میں سے گھٹا دیا جائے تو فرق مساوی ہوگا۔

مساوات کو حل کرنے کے لیے ہم ان خصوصیات کو استعمال کر سکتے ہیں۔

مثلاً $x - 5 = 7$ کو حل کریں۔

$x - 5 + 5 = 7 + 5$ (5 دونوں طرف جمع کیا گیا ہے)

$x = 12$

مثلاً $x + 10 = 20$ کو حل کریں۔

$x + 10 - 10 = 20 - 10$ (10 کو دونوں طرف تفریق کیا گیا ہے)

$x = 10$

کثیر رقمی اظہاریے کو یک رقمی اظہاریے سے ضرب دینا

ہم ضرب دینے کے لیے خاصیتِ تقسیمی اور قوت نما کا اصول استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً :

$3a^2 - 4a + 3$ کو $4a$ سے ضرب دیجیے۔ ہم یہ ضرب افقی یا عمودی طور پر کر سکتے ہیں۔

(i) $4a\,(3a^2 - 4a + 3)$

$= 12a^3 - 16a^2 + 12a$ (اُفقی طور پر ضرب دینا)

(ii)

$$\begin{array}{rr} & 3a^2 - 4a + 3 \\ \times & 4a \\ \hline & 12a^3 - 16a^2 + 12a \\ \hline \end{array}$$

(عمودی طور پر ضرب دینا)

دو کثیر رقمی اظہاریوں کو ضرب دینا

ہم دو کثیر رقمی اظہاریوں کو ضرب دینے کے لیے ضرب کی خاصیتِ تقسیمی استعمال کر سکتے ہیں۔

مثلاً ضرب کیجیے : $4x + 3$ کو $3x + 4$ سے

(i) اُفقی طور پر ضرب دینا :

$$\begin{aligned} & (4x + 3)(3x + 4) \\ &= 4x(3x + 4) + 3(3x + 4) \\ &= 12x^2 + 16x + 9x + 12 \\ &= 12x^2 + 25x + 12 \end{aligned}$$

(ii) عمودی طور پر ضرب دینا:

$$\begin{array}{rr} & 4x + 3 \\ \times & 3x + 4 \\ \hline & 12x^2 + 9x \\ + & 16x + 12 \\ \hline & 12x^2 + 25x + 12 \\ \hline \end{array}$$

مثلاً $7a^2 + 6ab - b^2 - 9$ میں سے $5a^2 + 2ab + 3b^2 - 4$ کو تفریق کیجیے۔
حل
(i) رقوم کو افقی طور پر تفریق کرنا:

$$(7a^2 + 6ab - b^2 - 9) - (-5a^2 + 2ab + 3b^2 - 4)$$
$$5a^2 - 2ab - 3b^2 + 4 + 7a^2 + 6ab - b^2 - 9$$
$$= (7 + 5)\ a^2 + (6 - 2)\ ab + (-1\ -3)\ b^2 + (-9 + 4)$$
$$= 12a^2 + 4ab - 4b^2 - 5$$

(ii) رقوم کو عمودی طور پر تفریق کرنا:

$$7a^2 + 6ab - b^2 - 9$$
$$-5a^2 + 2ab + 3b^2 - 4$$
$$+ \quad - \quad\quad - \quad\quad + \qquad \text{(مجموعہ اضداد کو تبدیل کرتے ہوئے)}$$
$$12a^2 + 4ab - 4b^2 - 5 \qquad \text{(جمع کرنا)}$$

کثیر رقمی اظہاریوں کی ضرب

جب ہم دو یک رقمی اظہاریوں کو ضرب دیتے ہیں تو ہم قوت نما کا اصول اور اس کے ساتھ ہی ضرب کی تلازمی اور استبدالی خصوصیات کو استعمال کرتے ہیں۔

مثلاً (i) $2x^2$ کو 3 ضرب دیجیے۔
حل: $2x^2 \times 3 = 6x^2$

(ii) $-5x^2$ کو 3 سے ضرب دیجیے۔
حل: $-5x^2 \times -3 = +15x^2$

کثیر رقمی اظہاریوں کو ضرب کرنا

جب ہم دو قوتوں کو جن کی بنیاد ایک ہو ضرب کرتے ہیں تو ہم ان کے قوت نما جمع کر دیتے ہیں۔

مثلاً (i) $x^2 \times x^5 = x^{2+5} = x^7$

مثلاً (ii) $3x^3y^4x - 7xy^5$

$$= (-21)\ (x^{3+1})\ (y^{4+5})$$
$$= -21\ x^4\ y^9$$

نوٹ: صرف یکساں رقوم ہی جمع اور تفریق کی جا سکتی ہیں۔

دو کثیر رقمی اظہاریوں کو جمع کرنے کے لیے ہم سوال لکھتے ہیں اور یکساں رقوم کو جمع کر کے انھیں آسان بناتے ہیں۔

مثلاً $2x + 5x = 7x$

مثلاً $2a + 3b$ اور $2b + a$

عمودی شکل میں لکھیے:

$$\begin{array}{r} 2a + 3b \\ \underline{a + 2b} \\ \underline{3a + 5b} \end{array}$$

مثبت اور منفی رقوم کی جمع

مثلاً $3a - 6a + 9a - 4a$

پہلے یکساں علامات والی رقوم کو اکٹھا کیجیے۔

$3a + 9a - 6a - 4a$

اب ایک جیسی رقوم کو جمع کیجیے:

$12a - 10a = 2a$

ملے جلے اظہاریوں کی جمع

ملے جلے اظہاریوں میں یکساں رقوم کو افقی یا عمودی انداز میں لکھ کر جمع کیا جا سکتا ہے۔

مثلاً جمع کیجیے۔ $5x^2y + 3x^2 - 8 + 4x^2y + 2x^2 + 9$

حل (i) رقوم کو افقی طور پر جمع کرنا۔

$5x^2y + 4x^2y + 3x^2 + 2x^2 - 8 + 9$

$9x^2y + 5x^2 + 1$

(ii) رقوم کو عمودی طور پر جمع کرنا۔

$$\begin{array}{r} 5x^2y + 3x^2 - 8 \\ \underline{4x^2y + 2x^2 + 9} \\ \underline{9x^2y + 5x^2 + 1} \end{array}$$

الجبری اظہاریوں کی تفریق

کثیر رقمی اظہاریوں کی تفریق حقیقی اعداد کی تفریق سے ملتی جلتی ہے۔

کسی عدد کو تفریق کرنے کے لیے آپ اس عدد کی ضد جمع کرتے ہیں اور بعد میں اسے حل کرتے ہیں۔

غیر صفری مستقل یک رقمی اظہاریے کا درجہ 0 ہے (اس کا کوئی درجہ نہیں)۔
کثیر رقمی اظہاریے کا درجہ اپنی رقموں کے لحاظ سے درجات میں سب سے بلند ہے۔
مثلاً: $4x^3 + 5x^2 + 7$
متغیر x کا سب سے بڑا درجہ 3 ہے۔ لہٰذا کثیر رقمی اظہاریے کا درجہ 3 ہے۔

صعودی اور نزولی ترتیب

اکثر کثیر رقمی اظہاریوں کی رقموں کی ترتیب بدلنا مددگار ثابت ہوتا ہے تاکہ کسی مخصوص متغیر میں ان کے درجات یا تو نزولی ترتیب میں ہوں یا صعودی ترتیب میں۔
مثلاً ایک اظہاریہ فرض کیجیے۔
$- 4x^3 + 3x^2 + 3x^5$
x کی سب سے کم قوت 2 ہے اور سب سے بڑی قوت 5 ہے۔
ان قوتوں کو اگر ترتیبِ صعودی میں لائیں تو ہمیں کم قوت سے شروع کرنا ہوگا جو یہ ہے۔
$3x^2 - 4x^3 + 3x^5$
ترتیبِ نزولی میں لانے کے لیے ہمیں بڑی قوت سے شروع کرنا ہوگا، جو یہ ہے۔
$3x^5 - 4x^3 + 3x^2$

قوت نما اظہاریے

عدد 9 اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے:
3×3 یا 3^2 اسے 3 کی قوت کہا جاتا ہے۔ (اسے اس طرح پڑھا جاتا ہے 3 کی قوت 2 یا تین مربع) اعداد 27 اور 81 بھی 3 کی قوت ہیں۔
27 کو اس طرح لکھا جا سکتا ہے $3 \times 3 \times 3$ یا 3^3۔ (اسے اس طرح پڑھیں گے تین کی قوت تین یا تین مکعب)۔
اظہاریہ a^3 میں a کو 'بنیاد' کہا جاتا ہے اور اوپر دی ہوئی چھوٹی علامت 3 'قوت نما' کہلاتی ہے۔
قوت نما، بنیاد کے عددِ ضربی ظاہر ہونے کی صورت میں شمار اعداد کی نشان دہی کرتا ہے۔

الجبری اظہاریوں کی جمع

وہ رقوم جن کے متغیرات اور قوت نما ایک جیسے ہوتے ہیں 'یکساں رقوم' کہلاتی ہیں۔ ان کے عددِ سر مختلف ہو سکتے ہیں۔
مثلاً a, 2a, 3a
وہ رقوم جن کے متغیرات اور قوت نما مختلف ہوتے ہیں وہ 'غیر یکساں رقوم' کہلاتی ہیں۔ خواہ ان کے عددی سر ایک جیسے ہی ہوں۔
مثلاً $2a, 2a^2, 2a^3$

الجبرا (Algebra)

الجبری اظہاریے

ایک متغیر وہ علامت ہے جو ایک یا زائد اعداد کے اظہار کے لیے استعمال ہوتی ہے۔

مثلاً .... a, b, c متغیرات ہیں۔

الجبرا کے سوال حل کرتے ہوئے ہمیں اکثر اعداد سے متعلق فقروں کو عددی یا متغیر اظہاریوں میں تبدیل کر لینا چاہیے۔

ایک الجبری اظہاریہ، اعداد اور متغیرات کا وہ مجموعہ ہے جو ایک یا زیادہ علامتوں مثلاً '+' یا '-' کے ذریعے ایک دوسرے سے منسلک ہوتا ہے۔

عددی سر، بنیاد اور قوت نما

اظہاریہ : $2a^3$ میں 2 کو عددی سر کہا جاتا ہے۔ a بنیاد ہے اور 3 قوت نما ہے۔

کثیر رقمی اظہاریے

ایک الجبری اظہاریہ جس میں ایک یا زیادہ متغیرات ہوں اور اس کے قوت نما، مثبت صحیح اعداد ہوں کثیر رقمی اظہاریہ کہلاتا ہے۔

مثلاً $8x, 8x + 9, 8x^2 + 2x + 1$

ایک یک رقمی اظہاریہ ایک رقم کا کثیر رقمی مرکب سمجھا جاتا ہے جو ایک اظہار ہے جو یا تو عددی ہے، متغیر ہے یا عددی اور ایک یا ایک سے زیادہ متغیرات کا حاصل ہے۔ ایک عدد مثلاً 7 **مستقل یک رقمی یا مستقل** کہا جائے گا۔

مثلاً $7, a, 3c, 8x^2y$

دو رقمی اظہاریوں میں 2 رقمیں ہوتی ہیں۔

مثلاً $4x + 9, 6b^2 - 7a$

سہ رقمی اظہاریوں میں تین رقمیں ہوتی ہیں۔

مثلاً $x^2 - 3x - 2, 5b^2 + 3ab - a^2$

کثیر رقمی اظہاریوں کے درجات

ایک متغیر میں یک رقمی اظہاریے کا درجہ وہ شماری عدد ہے جتنی بار وہ متغیر اس یک رقمی اظہاریے میں بطور جزو آیا ہے۔

مثلاً $3x\,y^2z^3$ کا درجہ ہے، x میں 1، y میں 2 اور z میں 3

زکوٰۃ

وضاحت کریں کہ ایک شخص کی سالانہ آمدنی کی بچت کے % 1/2 2 حصے کو 'زکوٰۃ' کہتے ہیں۔

% 1/2 2 = ہر بچائے گئے 100 روپے پر 2.50 روپے

یہ تمام بچت کا 1/40 حصہ ہے یعنی 1/40 = 2.50/100

کسی جمع شدہ پونجی پر دی جانے والی زکوٰۃ کی رقم معلوم کرنا۔

مثال: 10,000 روپے پر دی جانے والی زکوٰۃ کی رقم معلوم کیجیے۔

زکوٰۃ = 10,000 کا % 1/2 2

$= 5/2 \times 1/100 \times 10{,}000$

= 250 روپے

سالانہ بچت کو 1/40 سے ضرب دینے یا 40 سے تقسیم کرنے پر بھی زکوٰۃ معلوم کی جا سکتی ہے۔

مثال کے طور پر 10,000 روپے پر زکوٰۃ ہوگی۔

$1/40 \times 10{,}000 = 250$ روپے

سالانہ بچت کی رقم معلوم کرنا۔ اگر دی جانے والی زکوٰۃ کی رقم معلوم ہو۔

مثال: وہ رقم معلوم کیجیے جس پر 550 روپے بطور زکوٰۃ دیے گئے ہوں۔

جب زکوٰۃ 2.50 روپے ہو تو اصل رقم 100 روپے ہوگی۔

جب زکوٰۃ 1 روپے ہو تو اصل رقم 100/2.50 روپے ہوگی۔

اور اگر زکوٰۃ کی رقم 550 روپے ہے تو اصل رقم $100/2.50 \times 550 = 22{,}000$ روپے ہے۔

یا ہم زکوٰۃ کی رقم کو 40 سے ضرب دے کر بھی بچت معلوم کر سکتے ہیں۔

بچت $= (100/2.50) \times 550$

$100/2.50 = 40/1$

بچت $= 40/1 \times 550$

= 22,000 روپے

محصولات (Taxes)

جائیداد ٹیکس

وہ ٹیکس ہے جو کوئی شخص اس مخصوص شرح پر ادا کرتا ہے جو حکومت نے کسی جائیداد کی سالانہ آمدنی پر مقرر کی ہو۔

کسٹم ڈیوٹی

یہ ٹیکس کی ایک قسم ہے جو اس سامان پر لگائی جاتی ہے جو دوسرے ملکوں سے درآمد کیا جاتا ہو۔مختلف اشیا پر اس کی شرح مختلف ہے۔

سیلز ٹیکس

یہ ایک ٹیکس ہے جو دکانداروں کو مختلف چیزوں کی فروخت پر سالانہ ادا کرنا ہوتا ہے۔

تمام حساب کتاب جو مختلف محصولات سے متعلق ہیں فی صد کے طریقہ سے حل کیے جاتے ہیں۔

مثال : 96,000 روپے مالیت کے ایک مکان پر 15% کے حساب سے جائیداد ٹیکس ہوگا۔

جائیداد ٹیکس= 15/100 × 96,000

= 14,400 روپے

مثال : 4500 روپے مالیت کے VCR پر کسٹم ڈیوٹی کی شرح ہے 80%

کسٹم ڈیوٹی = 80/100 × 4,500

= 3,600 روپے

ملک میں اس کی قیمت= لاگت + کسٹم ڈیوٹی

= 3,600 + 4,500

= 8,100 روپے

مثال : ایک دکاندار اپنا سامان 85,500 روپے میں فروخت کرتا ہے۔ 5 فی صد کی شرح سے اس پر واجب الادا سیلز ٹیکس معلوم کیجیے۔

فروخت کی رقم = 85,000

5% فی صد سیلز ٹیکس کی شرح ہے = 5/100 × 85,500

= 4,275 روپے

نسبت کو مسلسل نسبتوں میں تبدیل کرنا

تناسب 7 : 5 = 3 : 2 کا جائزہ لیجیے:

اسے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔

A : B = 2 : 3

B : C = 5 : 7

نسبتوں کو مسلسل نسبتوں میں تبدیل کرنے کے لیے ہم پہلی نسبت کو 5 سے ضرب دیتے ہیں۔ جبکہ دوسری کو 3 سے تاکہ دوسرے تناسب B کو ایک جیسا بنایا جائے۔

2 : 3 = 10 : 15 (ضرب 5)

5 : 7 = 15 : 21 (ضرب 3)

اب دونوں نسبتوں میں B ایک ہی ہے۔

لہٰذا مسلسل تناسب A : B : C ہوگا۔

10 : 15 : 21

اگر نسبتوں کو مسلسل نسبتوں سے تبدیل کر دیں اور پھر تقسیم کریں تو ہم ایک مقررہ مقدار کو ایک مقررہ نسبت میں تقسیم کر سکتے ہیں۔

مثلاً 7,000 روپے کو A, B, C میں درج ذیل نسبتوں سے تقسیم کریں۔

A : B = 2 : 3

B : C = 4 : 5

حل: نسبتوں کو مسلسل نسبتوں میں تبدیل کرنے کے لیے پہلی نسبت کو 4 سے اور دوسری نسبت کو 3 سے ضرب کیجیے۔

اب ہم حاصل کرتے ہیں 12 : 8 اور 15 : 12

لہٰذا مسلسل نسبت ہے:

A : B : C

8 : 12 : 15

نسبتوں کی جمع ہے 35 = 15 + 12 + 8

اس طرح نسبت کے حصے ہیں:

A کا حصہ ہے 8 / 35 × 7,000 = 1,600 روپے

B کا حصہ ہے 12 / 35 × 7,000 = 2,400 روپے

C کا حصہ ہے 15 / 35 × 7,000 = 3,000 روپے

تناسبی تقسیم (Proportional Division)

تناسبی تقسیم کا مطلب ہے دی ہوئی مقدار کو ایک خصوصی نسبت میں تقسیم کرنا

نسبت میں دیے گئے عدد کو اکائیوں کے ان تمام اعداد کی طرح سمجھا جاتا ہے جس میں دی ہوئی مقدار کو تقسیم کیا جا سکے۔ اس سے ہم فی اکائی مقدار معلوم کر سکتے ہیں۔

مثلاً 5,000 روپے کو 5 : 3 : 2 کی نسبت میں تقسیم کیجیے۔

حل: نسبتوں کی جمع ہے 10 = 5 + 3 + 2

فی اکائی کی مقدار ہے 5,000 روپے تقسیم از 10۔

ایک اکائی 500 روپے کے برابر ہے۔

دی ہوئی نسبت کے مطابق:

2 اکائیاں برابر ہوں گی روپے $500 \times 2 = 1,000$

3 اکائیاں برابر ہوں گی روپے $500 \times 3 = 1,500$

5 اکائیاں برابر ہوں گی روپے $500 \times 5 = 2,500$

یہ مطلوبہ تناسبی تقسیم ہے۔

فوری حساب کرنا

یہ تناسب کا حساب کتاب کرنے کا آسان طریقہ ہے۔ اساتذہ کو چاہیے کہ یہ کُلّیہ طلبا کو اچھی طرح سمجھا دیں تاکہ وہ اسے ذہن نشین کر لیں۔

مثلاً A کا حصہ = $\dfrac{\text{A کی نسبت}}{\text{کل نسبت}}$ × کل مقدار

مسلسل نسبت

ایک ہی قسم کی تین مقداروں کو ایک مسلسل تناسب میں سمجھا جاتا ہے جبکہ پہلے سے دوسرے کی نسبت دوسرے سے تیسرے کی نسبت کے برابر ہو۔

مثلاً 3:9 = 1:3 کے تناسب میں

3 اس تناسب کا دوسرا اور تیسرا جز و بھی ہے۔ یعنی اوسط ایک ہے۔ 3 کو 1 اور 9 کے درمیان اوسط تناسب کہا جاتا ہے۔ اس کے علاوہ تینوں اعداد 1,3,9 کو کہا جاتا ہے کہ یہ مسلسل تناسب میں ہیں۔ تیسری مقدار کو تیسرا تناسب کہا جاتا ہے۔

کسر کا جذر معلوم کرنے کا طریقہ

ہم شمار کنندہ اور نسب نما کے جذر علیحدہ معلوم کرتے ہیں اور پھر انھیں ایک کسر کی شکل میں لکھتے ہیں۔

مثلاً 25/36 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: $\sqrt{25/36}$

25 کا جذر 5 ہے اور 36 کا 6۔ جذر کو کسر کی صورت میں اس طرح لکھا جائے گا 5/6۔

100 کا جذر اور اس کی قوتیں

طلبا کو 100 کا جذر اور اس کی قوت جاننے کے لیے مندرجہ ذیل مثال دیں۔

مثلاً $10{,}000^2 = 100{,}000{,}000$

پھر انھیں بتائیں کہ دو صفروں کو ایک صفر میں ضم کر دیں۔

$1\ \underline{00}\ \underline{00}\ \underline{00}\ \underline{00}$

اب ہر جوڑے سے ایک صفر گھٹا دیں تا کہ اس کا جذر معلوم کیا جائے۔

اس لیے 100,000,000 کا جذر 10,000 ہے۔

اعشاری اعداد کا جذر

100 کا جذر اور اس کی قوت اس کے مفرد اجزائے ضربی سے ظاہر کی جا سکتی ہے۔

مثلاً 100 کا جذر معلوم کیجیے۔

حل: 100 کے مفرد اجزائے ضربی ہیں 10×10

اس لیے 100 کا جذر 10 ہے۔

ہم ایک اعشاری عدد کا جذر معلوم کرنے کے لیے دو طریقے استعمال کر سکتے ہیں۔

پہلے ہم اعشاریہ کو ایک کسر میں تبدیل کریں گے اور پھر اس کا جذر معلوم کریں گے۔

مثلاً 0.16 کا جذر معلوم کیجیے۔

اسے ایک اعشاری کسر میں تبدیل کرنے کے بعد ہمیں ملتا ہے 16/100

شمار کنندہ اور نسب نما کا جذر معلوم کرنے سے ہمیں ملتا ہے 4/10

اس کو دوبارہ اعشاری عدد میں تبدیل کرنے سے ملتا ہے $4/10 = 0.4$

ایک اعشاری کسر مکمل مربع ہے اگر وہ مکمل کسری مربع میں تبدیل ہو سکتی ہو

عبارتی مسائل

عبارتی مسائل کو غور سے پڑھیے اور انھیں حل کرنے سے پہلے ان پر بحث کیجیے۔

جذر (Square Root)

ہم جانتے ہیں کہ کسی عدد کو گھٹانا ، کسی عدد کو جمع کرنے کی ضد ہے اور کسی غیر صفری عدد کو تقسیم کرنا اس عدد کو ضرب دینے کی ضد ہے۔ کسی عدد کے مربع کی ضد اس عدد کا 'جذر المربع ' ہے۔

واضح کریں کہ کسی مثبت عدد کے جذر المربع کو ظاہر کرنے کی علامت کو 'علامتِ جذر' کہا جاتا ہے۔ اکثر علامتِ جذر کے ساتھ + یا - کا استعمال کیا جاتا ہے۔ علامتِ جذر کے نیچے لکھی ہوئی رقم 'زیرِ جذر رقم' کہلاتی ہے۔ یہ ایک دلچسپ بات ہے کہ صفر کا جذر صرف ایک ہی ہوتا ہے اور وہ خود صفر ہوتا ہے۔ کچھ جذروں کی قدروں پر نظر ڈالیں جیسے 49 کا جذر 7 ہے۔ ایسے جذر جو ہمیں پہلے سے معلوم ہوں ان کی مدد سے ہم دوسرے جذر بھی جان سکتے ہیں۔ مثلاً 144 کا جذر کیا ہے۔

حل: 144 کے اجزائے ضربی معلوم کرتے ہوئے

$= 9 \times 16$

9 کا جذر 3 ہے اور 16 کا 4 ہے۔

اس لیے 144 کا جذر ہے $12 = 4 \times 3$

سادہ اجزائے ضربی سے جذر معلوم کرنے کا طریقہ

ہم اعداد کو مفرد اعداد سے تقسیم کرتے رہیں گے تاوقتیکہ صفر باقی رہ جائے۔

پھر اجزائے ضربی کو جوڑوں میں تقسیم کر کے ہر گروہ سے ایک جزوِ ضربی لے کر ہم اجزائے ضربی کا ایک سیٹ حاصل کرتے ہیں۔ جب اس سیٹ کو آپس میں ضرب دیں تو اس سے ہمیں مطلوبہ جذر ملے گا۔ مثلاً 324 کا جذر معلوم کیجیے ۔

حل:

2	324
2	162
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

دو مساوی اجزائے ضربی کی گروہ بندی

$324 = (\underline{2} \times 2) \times (\underline{3} \times 3) \times (\underline{3} \times 3)$

ہر جوڑے سے ایک جزو ضربی چننے کے بعد ہمیں ملتا ہے۔

$18 = 2 \times 3 \times 3$

324 کا جذر 18 ہے۔

OXFORD UNIVERSITY PRESS

۴۔ کسر کی قوت کا قانون

کسی کسر کی قوت جاننے کے لیے

مثال کے طور پر

$(2/3)^4 = (2)(2)(2)(2)/(3)(3)(3)(3)$

ہم قوت کی تعریف کا اطلاق کر سکتے ہیں

ہر مثبت صحیح عدد r کے لیے

$(a/b)^r = a^r/b^r$

تقسیم کے نشانات کے لیے اصول

دو مثبت یا دو منفی اعداد کا حاصل قسمت ہمیشہ ایک مثبت عدد ہو گا۔

ایک مثبت اور ایک منفی عدد کا حاصل قسمت ہمیشہ ایک منفی عدد ہو گا۔

۵۔ یکساں اساس والی قوتوں کی تقسیم کا قانون

جب ہم قوتوں کو تقسیم کرتے ہیں تو چھوٹے قوت نما کو بڑے قوت نما سے گھٹا دیتے ہیں، اگر قوت نما مختلف ہوں۔

ہم جانتے ہیں کہ جب ہم قوتوں کو ضرب دیتے ہیں تو ہم قوت نماؤں کو جمع کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر

$$\frac{5^5}{5^3} = \frac{(5)\ (5)\ (5)\ (5)\ (5)}{(5)\ (5)\ (5)}$$

قوت نماؤں کا تقسیم کے لیے عام اصول یہ ہے۔

جب r اور s مثبت صحیح اعداد اور 'a' ایک حقیقی عدد ہو جو صفر کے مساوی نہ ہو تو:

اگر $r > s$	اگر $r < s$	اگر $r = s$
$a^r/a^s = a^{r-s}$	$a^r/a^s = 1/a^{s-r}$	$a^r/a^s = a^{r-s} = a^0 = 1$

ایک وقت میں ایک ہی اصول کی وضاحت کیجیے اور طلبا کی ہر قسم کے اظہاریوں کو علیحدہ علیحدہ سادہ بنانے کے سلسلے میں مدد کیجیے۔

ہم یہ بات سمجھ سکتے ہیں کہ قوت نماؤں کو کیوں جمع کیا جاتا ہے اگر ہمیں یہ بات یاد ہو کہ قوت نما دراصل اس بات کی نشان دہی کرتا ہے کہ اساس کتنی بار بحیثیت جزوضربی کے استعمال ہوئی ہے۔

تمام مثبت صحیح اعداد r اور s کے لیے۔

$$\left(\frac{a}{b}\right)^r \left(\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{r+n}$$

۲۔ قوتوں کی طاقت کا قانون

قوتوں کی طاقت معلوم کرنے کے لیے ہمیں طاقت کی تعریف اور ضرب کے لیے قوت نما کے اصول سے کام لینا ہوگا۔

مثال کے طور پر

$$\left\{\left(\frac{4}{5}\right)^2\right\}^3$$
$$= \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2 \times \left(\frac{4}{5}\right)^2$$
$$= \left(\frac{4}{5}\right)^{2x3} = \left(\frac{4}{5}\right)^6$$

اس طرح قوتوں کی طاقت جاننے کے لیے ہم قوت نماؤں کو ضرب دیتے ہیں۔

درج ذیل عام اصول قوتوں کی طاقت جاننے کے لیے عمل میں لایا جاتا ہے۔

تمام مثبت صحیح اعداد r اور s کے لیے

$$(a^r)^s = a^{rs}$$

۳۔ حاصل ضرب کی قوت کا قانون

کسی حاصل ضرب کی قوت معلوم کرنے کے لیے ہم قوت کی تعریف اور ضرب کے استبدالی اور تلازمی مفروضوں کا استعمال کر سکتے ہیں۔

$$\left\{\left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)\right\}^2$$
$$= \left(\frac{2}{5}\right) \times \left(\frac{1}{2}\right) \times \left(\frac{2}{5}\right)\left(\frac{1}{2}\right)$$
$$= \left(\frac{2}{5}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

ذہن میں رکھیں کہ 2 اور 5 دونوں اس وقت مربع ہوں گے جب حاصل ضرب 5×2 مربع ہو۔ پس کسی حاصل ضرب کی طاقت معلوم کرنے کے لیے ہم ہر جزوضربی کی قوت معلوم کریں گے اور پھر انھیں ضرب دیں گے۔

کسی حاصل ضرب کی قوت کے لیے قوت نماؤں کا عام اصول یہ ہے:

ہر مثبت صحیح عدد r کے لیے

$$(a\,b)^r = a^r\,b^r$$

قُوت نما (Exponents)

عددی سر، اساس اور قوت نما

عدد 9 اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔ 3^2 یا 3×3

اسے اس طرح پڑھا جاتا ہے ''تین مربعے'' اور اسے '3' کی قوت کہا جاتا ہے۔

اعداد 27 اور 81 بھی 3 کی قوت ہیں۔

(تین مکعب) $27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$

(تین کی قوت چار) $81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4$

عام طور پر اگر a کوئی حقیقی عدد ہے اور n کوئی مثبت صحیح عدد، n کی طاقت a کے ساتھ 'a^n' لکھی جائے گی اور اس کی تشریح اس طرح کی جائے گی۔

$a^n = a \,.\, a \,.\, a$ ------ n **factors**

a میں a کو اساس کہا جاتا ہے اور اوپر دی ہوئی چھوٹی علامت n کو قوت نما۔

(قوت نما) n

(اساس) a

قوت نما، ظاہر کرتا ہے کہ اساس بطور جزو ضربی کتنی بار واقع ہوئی ہے۔

مثال: قوت نما کو استعمال کرتے ہوئے درج ذیل کو بیان کیجیے۔

$5 \times 5 \times 5 \times 5$

اساس 5 ہے۔

اساس بطور کسر 4 بار واقع ہوئی ہے اس لیے

قوت نما 4 ہے۔

لٰہذا (اساس) 5 (قوت نما) $5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5$

قوت نما کے قوانین

ا۔ قوتوں کے حاصل ضرب کا قانون

جب ہم ایسی دو قوتوں کو ضرب دیتے ہیں جن کی اساس ایک جیسی ہو تو ہم ان کے قوت نماؤں کو جمع کرتے ہیں۔

مثال کے طور پر $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \times \left(\frac{2}{5}\right)^2$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^{3+2}$

$= \left(\frac{2}{5}\right)^5$ (قوت نماؤں کو جمع کرنا)

جمع اورتفریق پر ضرب کی تقسیمی خاصیت کی تصدیق

ضرب کی تقسیمی خاصیت جمع کی صورت میں

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی تین ناطق اعداد کے لیے ضرب، جمع پر قابلِ تقسیم ہے۔ مثلاً اس صورت کو آسان بنانے کے لیے:

$\frac{1}{2} \times (2/3 + 2/5)$

حل: $(1/2 \times 2/3) + (1/2 \times 2/5)$

$= 1/3 + 1/5$

$= 8/15$

تفریق پر ضرب کی تقسیمی خاصیت

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ کسی بھی تین ناطق اعداد کے لیے ضرب، تفریق پر قابلِ تقسیم ہے۔

مثلاً $1/2 \times (1/4 - 1/3)$ آسان بنانے کے لیے

حل $(1/2 \times 1/4) - (1/2 \times 1/3)$

$= (1/8 - 1/6)$

$= -1/24$

ناطق اعداد کی خصوصیات

ناطق اعداد کی وضاحتوں اور مثالوں کو ان کی خصوصیات کے طور پر مختصراً بیان کیا جا سکتا ہے:

-1 ناطق اعداد کو جمع کرنے کی استبدالی خاصیت

ناطق اعداد کو جمع کرنے کی ترتیب نتیجے پر اثر انداز نہیں ہوتی۔

-2 ناطق اعداد کو جمع کرنے کی تلازمی خاصیت

ناطق اعداد کے گروہوں کی ترتیب نتیجے کو متاثر نہیں کرتی۔

-3 ناطق اعداد کو ضرب دینے کی استبدالی خاصیت

ضرب دینے میں ناطق اعداد کی ترتیب نتیجے کو متاثر نہیں کرتی۔

-4 ناطق اعداد کو ضرب دینے کی تلازمی خاصیت

ناطق اعداد کے گروہوں کی ترتیب حاصل ضرب کو متاثر نہیں کرتی۔

-5 جمع اور تفریق پر ضرب کی تقسیمی خاصیت

جمع اور تفریق پر ضرب قابلِ تقسیم ہے۔

ناطق اعداد کی جمع کی استبدالی اور تلازمی خصوصیات کی تصدیق

استبدالی خاصیت کے مطابق ناطق اعداد کی ترتیب حاصل جمع کو تبدیل نہیں کرتی۔

مثلاً

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} = \frac{1}{4} + \frac{2}{3}$$

$$\frac{8 + 3}{12} = \frac{3 + 8}{12}$$

$$\frac{11}{12} = \frac{11}{12}$$

جبکہ تلازمی خاصیت کے مطابق ناطق اعداد کی گروہ بندی کی ترتیب نتیجے کو تبدیل نہیں کرتی۔

مثلاً

$$\frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3} + \frac{2}{4}\right) = \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{3}\right) + \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{4 + 6}{12} = \frac{1 + 1}{3} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{1}{3} + \frac{10}{12} = \frac{2}{3} + \frac{2}{4}$$

$$\frac{4 + 10}{12} = \frac{8 + 6}{12}$$

$$\frac{14}{12} = \frac{14}{12}$$

ناطق اعداد کی ضرب کی استبدالی اور تلازمی خصوصیات کی تصدیق

ضرب کی استبدالی خاصیت بتاتی ہے کہ اگر دو ناطق اعداد کو ضرب دیا جائے تو ان کی ترتیب چاہے کچھ بھی ہو حاصل ایک ہی ہو گا۔

مثلاً $1/2 \times 1/4 = 1/4 \times 1/2$

حل $1/8 = 1/8$

تلازمی خاصیت بتاتی ہے کہ ضرب کے وقت ناطق اعداد کی ترتیب کا حاصل پر کوئی اثر نہیں ہوتا۔

مثلاً

$$\left(\frac{1}{3} \text{ x } \frac{2}{3}\right) \text{ x } \frac{5}{6} = \frac{1}{3} \text{ x } \left(\frac{2}{3} + \frac{5}{6}\right)$$

$$\frac{{}^{1}\cancel{2}}{9} \text{ x } \frac{5}{\cancel{6}_{3}} = \frac{1}{3} \text{ x } \frac{5}{9}$$

$$\frac{5}{27} = \frac{5}{27}$$

ضرب

دو ناطق اعداد کا حاصل ایک ناطق عدد ہی ہوتا ہے۔ کسی بھی دو ناطق اعداد a/b اور c/d کے لیے ac/bd ایک ناطق عدد ہے۔

مثلاً $2/5 \times 3/4$

حل $2/5 \times 3/4$

$= 3/10$

اگر ہم ناطق اعداد کی ترتیب تبدیل کر دیں تو بھی حاصل یکساں ہو گا۔

مثلاً $3/4 \times 2/5$

حل $3/4 \times 2/5$

$= 3/10$

یہی صورت اس وقت بھی ہو گی جب تین یا زیادہ ناطق اعداد کو ضرب دیتے ہیں۔

مثلاً ضرب دیجیے $5/8 \times 4/15 \times -3/4$

ہم انھیں مختلف ترتیب سے ضرب دے سکتے ہیں۔

$-5/8 \times (4/15 \times -3/4)$ یا $(-5/8 \times 4/15) \times -3/4$

حل: $-5/8 \times -1/5$ $\quad$ $-1/6 \times -3/4$

$= 1/8$ $\quad$ $=1/8$

ہم دیکھ سکتے ہیں کہ ناطق اعداد کی ترتیب نے حاصلِ نتیجہ کو متاثر نہیں کیا۔

ضربی شناخت

1 اور کسی دوسرے ناطق عدد کا حاصل اسی ناطق عدد کے برابر ہوتا ہے۔

1 کو ناطق اعداد کی 'ضربی شناخت' کہا جاتا ہے۔

تقسیم

کسی ناطق عدد کو کسی دوسرے ناطق عدد سے تقسیم کرنے کے لیے مقسوم کو مقسوم علیہ کے ضربی معکوس سے ضرب دیا جاتا ہے۔

مثلاً 2/7 کو 4/3 سے تقسیم کیجیے۔

حل: $2/7 \div 4/3$

$= 2/7 \times 3/4$

$= 6/28$

تفریق

اسی طرح 2 کو 5 سے گھٹانا بالکل ایسا ہی ہے جیسے 2 کے جمع المعکوس کو 5 میں جمع کرنا۔ جیسا کہ ہر ناطق عدد کا ایک جمع المعکوس ہوتا ہے اس لیے صحیح اعداد کی تفریق کا طریقہ ناطق اعداد پر بھی منطبق کیا جا سکتا ہے۔

ناطق اعداد کا فرق بھی ایک ناطق عدد ہوتا ہے۔

مثلاً 1/2 کو 3/4 سے تفریق کیجیے۔

حل: 3/4 – 1/2

اس کا ذواضعافِ اقل 4 ہے۔

کسر کو نئے طریقے سے لکھنا:

مثلاً 3/4 – 2/4

= 1/4

تین ناطق اعداد کو گھٹانا:

مثلاً 3/4, 1/3, 1/2

حل: (3/4 – 1/3) –1/2

اس کا ذواضعافِ اقل 12 ہے۔

کسر کو نئے طریقے سے لکھنا:

(9/12 – 4/12) – 6/12

= 5/12 – 6/12

= –1/12

کسور کی ترتیب تبدیل کرنا:

3/4 – (1/3 – 1/2)

حل: 3/4 – (2/6 –3/6)

3/4 – (–1/6)

3/4 + 1/6

اس کا ذواضعافِ اقل 24 ہے۔

18/24 + 4/24

22/24 = 11/12

خیال رہے کہ تفریق ہونے والے اعداد کی ترتیب تبدیل کرنے سے ہم یکساں نتیجہ حاصل نہیں کر سکتے۔

کسور کو نئے انداز میں لکھنا :

$$= \frac{15}{20} + \frac{8}{20}$$

$$= \frac{23}{20}$$

یاد رکھیں کہ ناطق اعداد کا حاصل جمع بھی ناطق عدد ہوتا ہے۔

تین یا اس سے زیادہ ناطق اعداد کو جمع کرنا:

جب ہم تین یا اس سے زیادہ ناطق اعداد کو جمع کرتے ہیں تو وہ خواہ کسی بھی ترتیب میں ہوں جواب ایک ہی ہو گا۔

مثلاً 1/2, 2/3, 3/4 کو جمع کریں۔

(1/2 + 2/3) + 3/4

اس کا ذواضعافِ اقل 12 ہو گا۔

کسور کو نئے انداز میں لکھنا :

(6/12 + 8/12) + 9/12

= (14/12) + 9/12

= 23/12

کسور کی ترتیب تبدیل کرنے سے :

1/2 + (2/3 + 3/4)

= 6/12 + (8/12 + 9/12)

= 6/12 + 17/12

= 23/12

ہم نے دیکھا کہ دونوں صورتوں میں نتیجہ ایک ہی رہا۔

جمع المعکوس (Additive Inverse)

کسی بھی ناطق عدد a/b کے لیے ایک عدد a/b– ہوتا ہے۔ جیسے a/b + (–a/b) = 0

ہم کہتے ہیں کہ a/b– جمع المعکوس ہے a/b کا۔

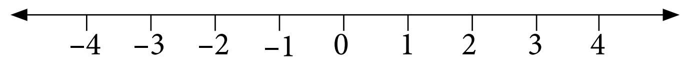
اسی طرح a/b جمع المعکوس ہے a/b– کا۔

ہم دیکھ چکے ہیں کہ صحیح اعداد کے لیے 5 – 2 = 5 + (–2)

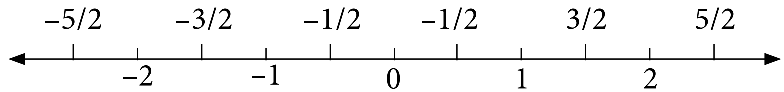
یہاں 2– جمع المعکوس ہے 2 کا۔

ناطق اعداد کو عددی خط پر پیش کرنا

ہم عددی خط کو کسر کے نسب نما میں نشان دہی کیے گئے جتنے حصوں میں چاہیں تقسیم کر سکتے ہیں۔
ہر حصہ کسر کے ایک حصے کی نشان دہی کرتا ہے۔
مثلاً عددی خط پر 2/5 ظاہر کرنے کے لیے ہمیں ہر حصے کو پانچ برابر ٹکڑوں میں تقسیم کرنا ہوگا۔ ہر ٹکڑا 1/5 کو ظاہر کرے گا۔ 2/5 دوسرا نشان ہوگا جو صفر کے دائیں طرف موجود ہوگا۔
ناطق اعداد، عددی خط کے ذریعے واضح کیے جا سکتے ہیں۔ عددی خط صحیح اعداد کے ساتھ بنائیے۔ جو اس طرح ہو۔



مسلسل صحیح اعداد کے ہر جوڑے کو مساوی حصوں میں تقسیم کرنے سے ہم ناطق اعداد حاصل کرتے ہیں۔



ناطق اعداد کی کثیف خاصیت

ناطق اعداد کے ہر جوڑے کے درمیان ایک اور ناطق عدد ہوتا ہے۔

اگر a اور b ناطق اعداد ہیں اور $a < b$ تو پھر:

a سے b تک درمیانی عدد $c = 1/2\ (b - a)$ ہے اور عدد کا تیسرا حصہ $c = 1/3\ (b - a)$ ہے۔

ناطق اعداد پر کام

جمع

ناطق اعداد کو ایک مشترک نسب نما کے ذریعے جمع کرنا آسان ہوتا ہے۔
اگر b, a اور c صحیح اعداد ہیں اور c, 0 کے برابر نہیں تو پھر

$$a/c + b/c = \frac{a + b}{c}.$$

ہم اس اصول کو غیر مساوی نسب نما کے ناطق اعداد تک پھیلا سکتے ہیں۔
مثلاً $\frac{3}{4} + \frac{2}{5}$
جس کا ذو اضعافِ اقل 20 ہے۔

ناطق اعداد (Rational Numbers)

مثبت صحیح اعداد کو 'قدرتی' یا 'شماری اعداد' کہتے ہیں۔

ہم سیکھ چکے ہیں کہ دو حقیقی اعداد کا حاصل جمع ہمیشہ ایک حقیقی عدد ہوتا ہے۔ لیکن ایک حقیقی عدد کو جب دوسرے حقیقی عدد سے گھٹایا جائے تو اس کا نتیجہ ہمیشہ ایک حقیقی عدد نہیں ہوتا۔ وہ ایک مکمل عدد بھی ہوسکتا ہے یا ایک منفی صحیح عدد۔

اب ہم یہ دیکھتے ہیں کہ جب ایک حقیقی عدد کو دوسرے حقیقی عدد سے تقسیم کیا جائے تو کیا ہوتا ہے۔ مثلاً جب 4 کو 2 سے تقسیم کیا جائے تو حاصل 2 ہوگا مگر جب 3 کو 4 سے تقسیم کیا جائے تو جواب 3/4 ہوگا جس کا تعلق کسی ایسے عددی نظام سے نہیں جس پر ہم نے اب تک گفتگو کی ہے۔ عدد 3/4 ایک 'ناطق عدد' کہلائے گا۔

2/3, –5/6, 0, 4, –2 وغیرہ تمام ناطق اعداد ہیں۔

لہٰذا ہم ایک ناطق عدد کی تعریف اس طرح کر سکتے ہیں۔ 'کوئی بھی وہ عدد جو a/b کی شکل میں ظاہر کیا جا سکے، جہاں a اور b مکمل اعداد ہوں اور b, 0 کے مساوی نہ ہو 'ناطق عدد' کہلاتا ہے۔

مثبت صحیح اعداد، منفی صحیح اعداد، صفر اور عام کسور، ناطق عددی نظام سے متعلق ہیں۔

ناطق اعداد کو صحیح اعداد کے حاصلِ قسمت کے طور پر کسی عدد کے ساتھ کئی طرح ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

مثال کے طور پر 2 کو 2, 4/2, 8/4, –12/–6 وغیرہ کے طریقے سے لکھا جا سکتا ہے۔

یہ طے کرنے کے لیے کہ دیے گئے دو ناطق اعداد میں کون سا بڑا ہے، ہم ایک مشترک نسب نما تلاش کرتے ہیں اور پھر ان کا موازنہ کرتے ہیں۔

بڑے شمار کنندہ والی کسر بڑا عدد ہوگی۔

مثلاً یہ جاننے کے لیے کہ 9/2 اور 13/5 میں کون سا عدد بڑا ہے، 2 اور 5 کا ذواضعافِ اقل نکالیں جو کہ 10 ہے۔

اب کسور کو نئے نسب نما سے تبدیل کرنے سے

45/10 اور 26/10

لہٰذا 45/10 بڑا ناطق عدد ہے۔

ناطق اعداد کی ترتیب

ناطق اعداد اور صحیح اعداد میں ایک واضح فرق ہوتا ہے وہ یہ کہ ہر صحیح عدد سے کوئی نہ کوئی چھوٹا اور بڑا صحیح عدد ضرور ہوتا ہے جبکہ ناطق اعداد سے کوئی چھوٹا اور بڑا عدد نہیں ہوتا۔

کسی بھی دو ناطق اعداد مثلاً 'a' اور 'b' کا درمیانی عدد جاننے کے لیے $\frac{a + b}{2}$ کا کلیہ استعمال کیا جاتا ہے۔

کتاب میں دی گئی مثال پر عمل کیجیے۔

تین سیٹوں کے اتصال اور تقاطع کی بنیادی خصوصیات

1۔ اتصال کی تلازمی خاصیت

کسی بھی تین سیٹوں C, B, A کا اتصال کسی بھی ترتیب میں ہوسکتا ہے۔ ان کا حاصل سیٹ ایک جیسا ہو گا۔

$A\cup(B\cup C) = (A\cup B)\cup C = A\cup B\cup C$

مثال: $A = \{1, 2,\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$

بائیں ہاتھ کی سمت (LHS) $= A\cup(B\cup C)$

$= \{1, 2\}\cup\{2, 3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

دائیں ہاتھ کی سمت (RHS) $(A\cup B)\cup C$

$= \{1, 2, 3\}\cup\{3, 4\}$

$= \{1, 2, 3, 4\}$

LHS = RHS

2۔ تقاطع کی تلازمی خاصیت

کسی بھی 3 سیٹوں C, B, A کا تقاطع کسی بھی ترتیب میں ہوسکتا ہے۔ حاصل سیٹ ایک جیسا ہو گا۔

مثال: $A\cap(B\cap C) = (A\cap B)\cap C$

$\{1, 2\}\cap\{3\} = \{2\}\cap\{3, 4\}$

$\{\ \} = \{\ \}$

LHS = RHS

3۔ اتصال کی تقاطع پر تقسیمی خاصیت

کسی بھی 3 سیٹوں C, B, A کے لیے

$A\cup(B\cap C) = (A\cup B)\cap(A\cup C)$

$\{1, 2\}\cup\{3\} = \{1, 2, 3\}\cap\{1, 2, 3, 4\}$

$\{1, 2, 3\} = \{1, 2, 3\}$

LHS = RHS

4۔ تقاطع کی اتصال پر تقسیمی خاصیت

کسی بھی 3 سیٹوں C, B, A کے لیے

$A\cap(B\cup C) = (A\cap B)\cup(A\cap C)$

$\{1, 2\}\cap\{2, 3, 4\} = \{2\}\cup\{\ \}$

$\{2\} = \{2\}$

LHS = RHS

تین سیٹوں کا اتصال اور تقاطع

تین سیٹوں کے درمیان اتصال اور تقاطع کا عمل اسی طرح انجام دیا جا سکتا ہے جس طرح دو سیٹوں کے لیے۔

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$A = \{1, 2\}, B = \{2, 3\}, C = \{3, 4\}$

(i) $A\cup (B\cup C)$ کا تلاش کرنا

پہلے $(B\cup C)$ تلاش کیجیے اور پھر $AU(B\cup C)$

1. $B\cup C = \{2, 3\}\cup\{3, 4\}$
   $= \{2, 3, 4\}$
2. $\{A\cup B\}\cup C = \{1, 2, 3\}\cup\{3, 4\}$
   $= \{1, 2, 3, 4\}$

(ii) $(A\cup B) \cup C$ کا تلاش کرنا

1. $A\cup B) = \{1, 2\}\cup\{2, 3\}$
   $= \{1, 2, 3\}$
2. $\{A\cup B\}\cup C = \{1, 2, 3\}\cup\{3, 4\}$
   $= \{1, 2, 3, 4\}$

(iii) $A\cap(B\cap C)$ تلاش کرنا

1. $(B\cap C) = \{2, 3\}\cap\{3, 4\}$
   $= \{3\}$
2. $A\cap(B\cap C) = \{1, 2\}\cap\{3\}$
   $= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 3, 4, 5, 6\}$
   = { } یا $\varnothing$

(iv) $(A\cap B)\cap C$ تلاش کرنا

1. $(A\cap B) = \{1, 2\}\cap\{2, 3\}$
   $= \{2\}$
2. $(A\cap B)\cap C = \{2\}\cap\{3, 4\}$
   = { } یا $\varnothing$

(v) $A\cup(B\cap C)$ تلاش کرنا

1. $(B\cap C) = \{3\}$
2. $A\cup(B\cap C) = \{1, 2\}\cup\{3\}$
   $= \{1, 2, 3\}$

اسی طرح کسی بھی تین سیٹوں کے اتصال اور تقاطع معلوم کیے جا سکتے ہیں۔

ہمہ گیر سیٹ (Universal Set)

جب کوئی دیا گیا سیٹ ہر لحاظ سے مکمل ہو اور تمام زیر بحث پہلو اس سے تعلق رکھتے ہوں تو اسے 'ہمہ گیر سیٹ' کہا جاتا ہے۔ ہر تذکرے میں یہ جاننا بہت اہم ہے کہ ہمہ گیر سیٹ کیا ہے۔ ہمہ گیر سیٹ کا اظہار اس طرح کیا جاتا ہے :

مثال : U = مکمل اعداد کا سیٹ = {0, 1, 2, ...}

U = قدرتی اعداد کا سیٹ = {1, 2, 3, ...}

معاون سیٹ

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$U = \{1, 2, 3, \ldots 10\}$

$A = \{1, 2, 3\}$

U اور A کا فرق ، A کا معاون کہلاتا ہے۔

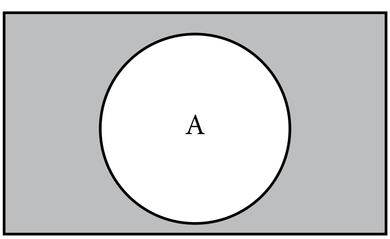
$U - A = \{1, 2, 3, \ldots 10\} \setminus (1, 2, 3) = \{4, 5, \ldots 10\}$

ہم لکھتے ہیں : $U - A = A'$

ہم کہتے ہیں : معاون

کسی بھی سیٹ A کا معاون ان تمام ارکان پر مشتمل ہوتا ہے جو '∪' سے متعلق ہوں مگر A سے متعلق نہ ہوں۔

سیٹوں کو وین شکل کے ذریعے تصویری صورت میں بھی ظاہر کیا جا سکتا ہے۔



وہ حصہ جو A کہلاتا ہے ، ان تمام اجزا کو ظاہر کرتا ہے جو سیٹ A سے متعلق ہیں۔

وہ حصہ جو A سے باہر ہے ان تمام اجزا کو ظاہر کرتا ہے جو A^c یا A' سے متعلق ہیں۔

معاون سیٹ تلاش کیجیے

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $A = (2, 4, 6)$, $B = \{2, 3, 5\}$

A اور B کا معاون تلاش کرنا۔

$$\begin{aligned} A' &= U - A \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 4, 6\} \\ &= \{1, 3, 5\} \\ B' &= U - B \\ &= \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} - \{2, 3, 5\} \\ &= \{1, 4, 6\} \end{aligned}$$

مثال : $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{a, b, c\}$

A اور B میں ارکان کی تعداد یکساں ہے۔ یہ مماثل سیٹ ہیں۔

ہم لکھتے ہیں : $A \leftrightarrow B$

ہم کہتے ہیں : A اور B مماثل سیٹ ہیں۔

یہ یاد رکھنا ضروری ہے کہ مساوی سیٹ مماثل ہوتے ہیں کیونکہ ان میں ارکان کی تعداد برابر ہوتی ہے۔مگر ضروری نہیں کہ وہ مماثل سیٹ مساوی بھی ہوں کیونکہ ان کے ارکان مختلف ہو سکتے ہیں۔

بے جوڑ سیٹ

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

$A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{0, 2, 4, 6, 8\}$

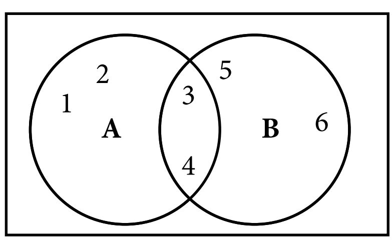
$= \{\ \}$ یا $\varnothing$

A اور B میں کوئی رکن مشترک نہیں اس لیے ان کا تقاطع ایک خالی سیٹ ہے۔

$A \cap B = \varnothing$

وہ سیٹ جو خالی نہیں جیسے {1,3,5,7,9} اور {0,2,4,6,8} جن میں کوئی رکن مشترک نہیں ’بے جوڑ سیٹ‘ کہلاتے ہیں۔

متراکب سیٹ (Overlapping Sets)



مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{3, 4, 5, 6\}$

$A \cap B = \{3, 4\}$

$A \subset B$ اور $B \subset A$

$A \not\subseteq B$ اور $B \not\subseteq A$

ایسی صورت میں دو سیٹوں کو ’متراکب سیٹ‘ کہا جاتا ہے۔

واضح رہے کہ متراکب سیٹ میں کم از کم ایک رکن مشترک اور کم از کم ایک رکن غیر مشترک ہوتا ہے اور کوئی سیٹ دوسرے کا بے جوڑ ذیلی سیٹ نہیں ہوتا۔

مساوی سیٹ

دو سیٹ جن میں ایک جیسے ارکان ہوں مساوی سیٹ کہلاتے ہیں۔

مثال: $A = \{a, b, c\}$ A کا ہر رکن B سے متعلق ہے۔

$B = \{c, a, b\}$ B کا ہر رکن A سے متعلق ہے۔

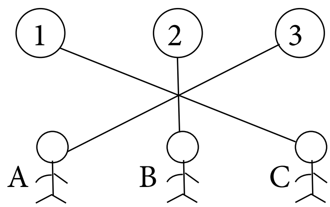
$A = B$

برابر ہے کا نشان '=' دو مساوی سیٹوں کے درمیان لگایا جاتا ہے۔

یاد رکھیں ارکان کی ترتیب سے کوئی فرق نہیں پڑتا۔

مماثل سیٹ

تصویر میں موجود ڈوری ایک بچے اور ایک غبارے پر مشتمل جوڑا بناتی ہے۔



ریاضیاتی طور پر ان جوڑوں کو اس طرح بیان کیا جاتا ہے: اس تصویر میں غباروں کے سیٹ اور بچوں کے سیٹ میں 'ایک سے ایک' کی مطابقت ہے۔

دو سیٹوں میں ایک سے ایک کی مطابقت سے جوڑا بنتا ہے جس میں ہر سیٹ کا ایک رکن دوسرے سیٹ کے صرف ایک رکن سے ملتا ہے۔

مثال: $A = \{1, 2, 3, 4\}$

$\updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow\ \updownarrow$

$B = \{a, b, c, d\}$

سیٹ A اور B کے درمیان 'ایک سے ایک' کی مطابقت ہے۔

یہ ایک سے ایک کی مطابقت ہے۔

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں:

مثال: $A = \{1, 2\}$

$\updownarrow\ \updownarrow$

$B = \{x, y, z\}$

یہ ایک سے ایک کی مطابقت نہیں ہے۔

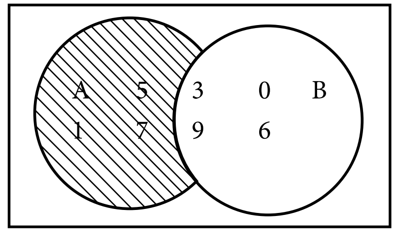
وہ سیٹ جنھیں ایک سے ایک کی مطابقت کی وجہ سے جوڑا بنایا جا سکے۔ 'مماثل سیٹ' کہلاتے ہیں۔

دو مماثل سیٹ ایک دوسرے کے درمیان '$\leftrightarrow$' نشان سے پہچانے جاتے ہیں۔

غور کریں :

$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{0, 3, 6, 9\}$



نشان زدہ حصہ اس سیٹ کو ظاہر کرتا ہے جو ان اعداد پر مشتمل ہے جو سیٹ A سے متعلق ہیں اور سیٹ B سے متعلق نہیں ہیں۔ یہ ہے {1, 5, 7} اور اسے سیٹ A اور B کا فرق کہا جاتا ہے۔

اس سیٹ کے حوالے سے ہم لکھتے ہیں۔

A-B یا A\B

ہم کہتے ہیں : A اور B کا فرق

لہٰذا $A \setminus B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \setminus \{0, 3, 6, 9\}$

$= \{1, 5, 7\}$

سیٹوں کی اقسام

سیٹ اپنی مختلف اقسام سے پہچانے جاتے ہیں جس کا انحصار ان میں موجود ارکان کی تعداد پر ہوتا ہے۔

متناہی سیٹ

وہ سیٹ جس میں ارکان کی تعداد محدود ہو، 'متناہی سیٹ' کہلاتا ہے (یعنی اس کے ارکان کو گنا جا سکتا ہے۔)

مثلاً : $A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{a, b, c, ... z\}$

C = ہفتے کے دنوں کا سیٹ

لا متناہی سیٹ

ایک سیٹ جس میں ارکان کی تعداد لا محدود ہو 'لا متناہی سیٹ' کہلاتا ہے۔

مثال: $A = \{1, 2, 3, ...\}$

B = جفت اعداد کا سیٹ

C = آسمان پر ستاروں کا سیٹ

اس سیٹ کے حوالے سے ہم A اور B کے تقاطع کو اس طرح لکھتے ہیں۔

$A \cap B$

ہم کہتے ہیں: A اور B کا تقاطع

لہٰذا $A \cap B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cap \{0, 3, 6, 9\}$

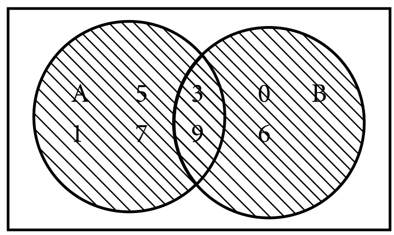
$= \{3, 9\}$

دوسیٹوں کا اتصال (Union of two sets)

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں:

$A = \{1, 3, 5, 7\ 9\}$

$B = \{0, 3, 6, 9\}$



مندرجہ بالا شکل کو 'وین شکل' کہا جاتا ہے۔

شکل میں نشان زدہ حصہ سیٹوں کو ظاہر کرتا ہے جو ان تمام اجزا پر مشتمل ہیں جو A اور B میں سے کم از کم ایک سیٹ سے تعلق رکھتے ہیں۔

یہ سیٹ A کے تمام ارکان پر مشتمل ہے جس میں B کے بھی تمام ارکان شامل ہیں اور اسے A اور B کا 'اتصال' کہا جاتا ہے۔

اس سیٹ کے حوالے سے ہم لکھتے ہیں۔

$A \cup B$

ہم کہتے ہیں: A اور B کا اتصال

لہٰذا $A \cup B = \{1, 3, 5, 7, 9\} \cup \{0, 3, 6, 9\}$

$= \{0, 1, 3, 5, 6, 7, 9\}$

خیال رکھیں کہ اتصال کے تمام ارکان کو شامل کرتے وقت ہم ہر رکن کو ایک ہی بار لکھتے ہیں۔ اتصال ایک 'دہرا عمل' ہے۔ لفظ دہرا 'دو' کو ظاہر کرتا ہے۔

اتصال کا عمل دوسیٹوں کا جوڑا بناتا ہے کسی ایک منفرد (ایک اور صرف ایک) تیسرے سیٹ کی صورت میں۔

دوسیٹوں کا فرق

سیٹ مساوی بھی ہو سکتے ہیں اور ہم ان کے اجزا کی تعداد نہیں گن سکتے۔

بیانیہ طریقہ

سیٹ کی ان خصوصیات کو جو تمام ارکان میں مشترک ہوں ، الفاظ میں بیان کرنا۔

مثال : ہفتے کے دنوں کا سیٹ۔

پاکستانی کرکٹ ٹیم کے کھلاڑیوں کا سیٹ۔

انگریزی حروف تہجی کے حروف علت کا سیٹ۔

جدولی طریقہ

کسی بھی دیے گئے سیٹ کے تمام اجزا کی فہرست سے سیٹ کو بیان کیا جاتا ہے۔ اس کے تمام ارکان درمیانے خطوط وحدانی کے درمیان درج ہیں ،جنھیں وقفے کے نشان سے علیحدہ کیا گیا۔

مثال : A ہفتے کے دنوں کا سیٹ۔

A = {ہفتہ ، اتوار ، پیر ،منگل ، بدھ ، جمعرات ، جمعہ}

دوسیٹوں پر کام

دوسیٹوں پر کام ، ان کے درمیان باہمی تعلق کو ظاہر کرتا ہے۔

دوسیٹوں کا تقاطع (Intersection of two sets)

درج ذیل سیٹوں پر غور کریں۔

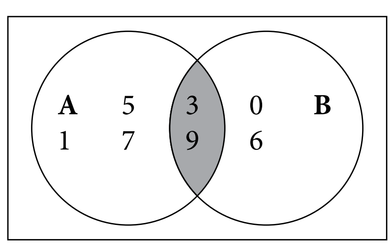
$A = \{1, 3, 5, 7, 9\}$

$B = \{0, 3, 6, 9\}$

سیٹوں A اور B کے اتصالی سیٹ میں A اور B سے متعلق تمام اجزا شامل ہیں۔

سیٹ A اور B کا تقاطع میں وہ تمام اجزا شامل ہیں جو دونوں سیٹ میں مشترک ہیں۔

ذیل میں دی گئی وین شکل میں



نشان زدہ حصہ اس سیٹ کو ظاہر کرتا ہے جو A اور B دونوں سے متعلق اعداد پر مشتمل ہے۔ یہ ہے {9,3} اور اسے A اور B کا تقاطع کہا جاتا ہے۔

سیٹ (Sets)

تعارف

ہم روز مرہ زندگی میں لفظ 'سیٹ' کو کچھ اشیا کا مجموعہ بیان کرنے کے لیے استعمال کرتے ہیں مثلاً ٹی سیٹ، واٹر سیٹ وغیرہ۔ سیٹ کی تعریف اس طرح کی جاسکتی ہے کہ یہ بیان کی گئی اشیا کا ایک واضح مجموعہ ہوتا ہے۔ اشیا کے واضح مجموعے کا مطلب ہے کہ سیٹ میں ایسی کچھ مخصوص علامات ہوں تا کہ آسانی سے یہ فیصلہ کیا جا سکے کہ کوئی شے اس سیٹ سے متعلق ہے یا نہیں۔ مثال کے طور پر انگریزی حروف تہجی کا سیٹ، سال کے مہینوں کا سیٹ، ہفتے کے دنوں کا سیٹ وغیرہ۔ یہ سب واضح طور پر بیان کیے گئے سیٹ ہیں۔

مثال: $A = \{1, 2, 3\}$

$A = \{A, B, C, D\}$

اب مندرجہ ذیل خالی سیٹ دیکھتے ہیں۔ سال کا تیرہواں مہینہ، ہفتے کا آٹھواں دن، کسی کرکٹ ٹیم کے مقبول کھلاڑی۔ یہ تمام سیٹ نہیں ہیں کیونکہ ان کے اجزا طے شدہ اصولوں کے مطابق واضح طور پر بیان نہیں کیے گئے۔

سیٹ کے اجزا یا ارکان

کسی سیٹ سے متعلق اشیا کو اجزا یا 'سیٹ کے ارکان' کہا جاتا ہے۔

مثال: سیٹ $A = \{1, 2, 3\}$ میں 3 ,2 ,1 سیٹ کے ارکان یا اجزا ہیں۔

ہم کہتے ہیں کہ اجزاء 1 ,2 ,3 سیٹ A سے تعلق رکھتے ہیں۔ 4 ,5 سیٹ A سے متعلق نہیں ہیں۔ ہم عام طور پر سیٹ کی پہچان کے لیے بڑے حروف استعمال کرتے ہیں مثلاً A, B, C, X, Y, Z وغیرہ۔

ہم یونانی حرف $\in$ کو مختصراً 'متعلق ہے' کے لیے استعمال کرتے ہیں تا کہ واضح رہے کہ وہ شے کسی سیٹ سے متعلق ہے۔

$\notin$ ظاہر کرتا ہے کہ کوئی شے کسی سیٹ سے 'متعلق نہیں ہے۔'

مثال: سیٹ A میں $A = \{1, 2, 3\}$

ہم لکھتے ہیں: $2 \in A$

ہم کہتے ہیں: 2 سیٹ A کا رکن ہے

ہم لکھتے ہیں: $5 \notin A$

ہم کہتے ہیں: 5 سیٹ A کا رکن نہیں ہے

سیٹ کو پیش کرنے کے طریقے

کسی سیٹ کو مندرجہ ذیل طریقوں سے پیش کیا جا سکتا ہے۔

Teacher's Notes

Teacher's Notes

Teacher's Notes