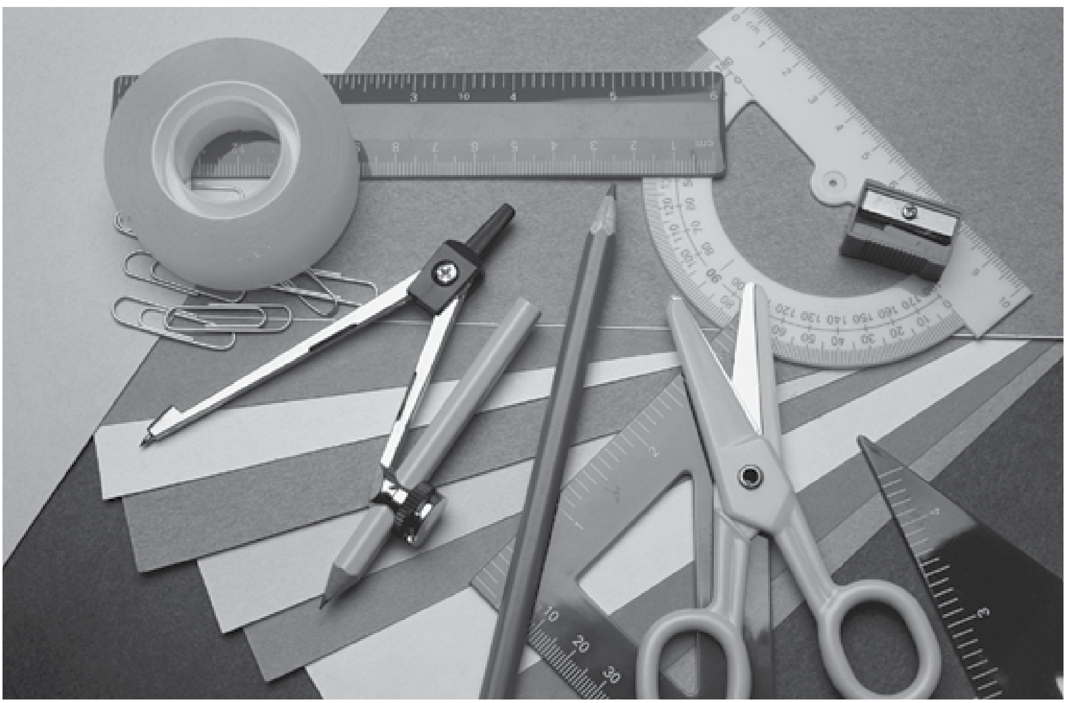
6

New Get Ahead

MATHEMATICS

Bilingual Teaching Guide

دو زبانی رہنمائے اساتذہ



Parveen Arif Ali

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Contents

Page

Introduction IV

Unit 1: Sets 02

Unit 2: Whole Numbers 05

Unit 3: Factors and Multiples 08

Unit 4: Integers 09

Unit 5: Simplification 14

Unit 6: Ratio and Proportion 15

Unit 7: Financial Arithmetic 18

Unit 8: Introduction to Algebra 23

Unit 9: Linear Equations 28

Unit 10: Geometry 31

Unit 11: Perimeter and Area 37

Unit 12: Three Dimensional Solids 41

Unit 13: Information Handling 43

Introduction

Get Ahead Mathematics is a series of eight books from levels one to eight. The accompanying Teaching Guides contain guidelines for the teachers. The Teaching Guides, for Books 2 to 5, contain answers to the mathematical problems in the books.

The teachers should devise means and ways of reaching out to the students so that they have a thorough knowledge of the subject without getting bored.

The teachers must use their discretion in teaching a topic in a way they find appropriate, depending on the intelligence level as well as the academic standard of the class.

Encourage the students to relate examples to real things. Don't rush.

Allow time to respond to questions and discuss particular concepts.

Come well prepared to the class. Read the introduction to the topic to be taught in the pupils' book. Prepare charts if necessary. Practice diagrams to be drawn on the blackboard. Collect material relevant to the topic. Prepare short questions, homework, tests and assignments.

Before starting the lesson make a quick survey of the previous knowledge of the students, by asking them questions pertaining to the topic. Explain the concepts with worked examples on the board. The students should be encouraged to work independently, with useful suggestions from the teacher. Exercises at the end of each lesson should be divided between class work and homework. The lesson should conclude with a review of the concept that has been developed or with the work that has been discussed or accomplished.

Blackboard work is an important aspect of teaching mathematics. However, too much time should not be spent on it as the students lose interest. Charts can also be used to explain some concepts, as visual material helps students make mental pictures which are learnt quickly and can be recalled instantly.

Most of the work will be done in the exercise books. These should be carefully and neatly presented so that the processes can easily be seen.

The above guidelines for teachers will enable them to teach effectively and develop an interest in the subject.

These suggestions can only supplement and support the professional judgement of the teacher. In no way can they serve as a substitute for it. It is hoped that your interest in the subject together with the features of the book will provide students with more zest to learn mathematics and excel in the subject.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

تعارف

Get Ahead Mathematics پہلی سے آٹھویں جماعت تک کے لیے 8 کتابوں کا سلسلہ ہے۔ منسلکہ رہنمائے اساتذہ میں اساتذہ کے لیے رہنما اصول دیے گئے ہیں۔ رہنمائے اساتذہ کلاس 5-2 میں کتاب میں موجود سوالات کے جوابات بھی مہیا کیے گئے ہیں۔

اساتذہ طلبا کو سمجھانے کے لیے وسیلے اور طریقے خود ہی وضع کریں تا کہ طلبا کسی اُکتاہٹ کے بغیر مضمون کی مکمل معلومات حاصل کر سکیں۔

اساتذہ کو کسی بھی موضوع کو پڑھاتے ہوئے ایسا طریقۂ کار اختیار کرنا چاہیے جسے وہ مناسب سمجھتے ہوں اور جو ذہانت کی سطح اور جماعت کے تعلیمی معیار کے مطابق ہو۔ اساتذہ حقیقی چیزوں سے مثالیں دینے میں طلبا کی ہمت افزائی کریں، جلدی نہ کریں۔ سوالات کے جوابات حاصل کرنے اور کسی مخصوص نقطۂ نظر پر بحث کے لیے وقت دیں۔ کمرۂ جماعت میں اچھی طرح تیار ہو کر آئیں۔ درسی کتاب کے کسی موضوع کو سکھانے سے پہلے اس کا مکمل طور پر تعارف کروائیں۔ اگر ضروری ہو تو اس کے لیے چارٹ بھی تیار کریں۔ تختۂ سیاہ پر مشق کے لیے اشکال بنائیں۔ موضوع سے متعلق مواد اکٹھا کریں۔ مختصر سوالات، گھر کا کام، امتحان اور مشق کا دیگر کام تیار رکھیں۔ کوئی سبق شروع کرنے سے پہلے طلبا کی گزشتہ معلومات کا ایک فوری جائزہ لیں جس کے لیے ان سے موضوع سے متعلق سوالات کریں۔ تختۂ سیاہ پر مشقوں کی مثالوں کے ذریعے تصورات کی وضاحت کریں۔ طلبا کو اپنا کام آزادی سے کرنے کا موقع دیں اور ساتھ ساتھ مفید مشورے بھی دیتے رہیں۔ ہر سبق کے آخر میں دی گئی مشقوں کو کلاس ورک اور ہوم ورک میں تقسیم کریں۔ کسی بھی سبق کا اختتام اس تصور کا جائزہ لیتے ہوئے کریں جو اس سبق کے مطالعے کے دوران پیدا ہوا یا جس کام پر بحث کی گئی یا جو مکمل کیا گیا۔

ریاضی پڑھانے کے لیے تختۂ سیاہ کی ایک خاص اہمیت ہے تاہم اس پر زیادہ وقت صرف نہ کیا جائے کیونکہ اس سے طلبا دلچسپی کھو دیتے ہیں۔ کچھ موضوعات کی وضاحت کے لیے چارٹ بھی استعمال کیے جا سکتے ہیں کیونکہ بصری مواد طلبا کو ذہنی تصویر بنانے میں مدد دیتا ہے جس سے وہ فوری طور پر سیکھ جاتے ہیں اور آسانی سے ذہن میں دہرا بھی لیتے ہیں۔

زیادہ تر کام مشقی کتابوں میں کیا جائے گا۔ انھیں احتیاط سے صاف ستھرا رکھنا چاہیے تا کہ طریقۂ کار آسانی سے دیکھ لیے جائیں۔

مندرجہ بالا رہنما اصول، اساتذہ کو موثر انداز میں سکھانے کے قابل بنائیں گے اور مضمون میں طلبا کی دلچسپی بڑھانے میں مدد کریں گے۔

یہ تجاویز، استاد کے پیشہ ورانہ فیصلے کے لیے محض ایک مدد اور اضافہ ہے وگرنہ یہ کسی بھی طرح استاد کا نعم البدل نہیں ہیں۔ امید ہے کہ مضمون میں آپ کی دلچسپی اور کتاب کی خصوصیات طلبا کو کو زیادہ محنت سے ریاضی سیکھنے اور مضمون میں مہارت حاصل کرنے میں مددگار ہوں گی۔

Sets *(pages 1-5)*

Discuss the use of collective nouns such as a pack of cards, a team of players, etc in our day-to-day lives. Words such as pack, flock, team, group, etc are used to denote a collection of objects.

Explain that the word **set** is used in mathematics to describe a **collection of objects.**

A set is a well-defined collection of objects.

The phrase **well-defined** means that a set must have some specific property so that we can easily identify whether an object belongs to the given set or not. A book, for example, does not belong to a tea set, and a ball does not belong to a set of playing cards. So we can say that a tea set and a set of playing cards are well-defined sets.

Write a set of vowels of the English alphabet on the blackboard.

Explain that it is a well-defined set because we know that specific letters are being referred to: a, e, i, o, u.

Now consider the example of **a set of interesting books in the library**.

It is not a set because the term interesting is not clearly defined by any fixed standards. A book may be interesting to one person but boring to another. Thus, this is not well defined and hence it is not a set.

Explain that in a well-defined set, the objects are not repeated.

Elements of a set

The objects of a set are called **members** or **elements** of a set. All the elements of a set are enclosed in brackets { } and separated by commas e.g. a set of vowels of the English alphabet; A = {a, e, i, o, u}.

The elements of a set are said to **belong to** the set. Write the symbol for **belongs to** on the board, i.e.

Write a set of even numbers on the board. B = {0, 2, 4, 6, 8}.

Ask does 1 belong to this set?

Explain that 1 is not an even number so it does not belong to the set of even numbers. Write the symbol for **does not belong to** i.e $\in$

Methods of writing sets

Explain that sets are described or written in two ways. These are:

1. Tabular form

In this form, all elements of the set are listed,

A = {a, e, i, o, u} (a set of vowels).

2. Descriptive form

In this form, the elements of the set are not listed, but a specific property satisfied by the elements of the set is given,

A = {the vowels of the English alphabet}.

Write some standard sets on the board and explain their properties.

Types of sets

Sets can be differentiated into three types depending on the number of elements they have.

1. Finite sets

A set that has a limited number of elements is called a **finite set**, e.g. A = {1, 2, 3, 4}.

Set A has 4 elements.

2. Infinite sets

A set that has an unlimited number of elements is called an **infinite set**, e.g. A = {0, 2, 4, 6, 8,…}.

This set is an infinite set because it contains endless even numbers.

3. Empty sets

It is a set that has no members.

Ask the pupils if they can list the elements of the following set: **The set of cats with two tails**.

Explain that the set does not have elements which can be listed. Such a set is known as an **empty set** or a **null set**

An empty set is denoted by **{ }** or the Greek letter **phi** i.e ϕ

Write the set, A = {0}, on the board.

Ask is this an empty set?

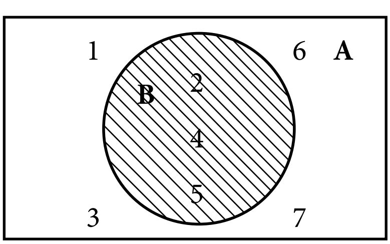
Explain that it is not an empty set because it contains the element '0'.

Subsets

Consider the following sets.

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

B = {2, 4, 5}



Definition

B is a subset of A

if every element of B

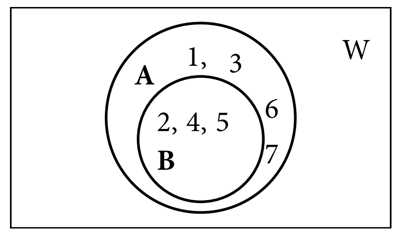
is also an element of A.

The shaded regions shows the members of A which are common to B.

Because every member of B is also a member of A, B is a subset of A.

We write: B $\subseteq$ A

We say: B is a subset of A.



Consider a third set C.

C = {0, 1, 7}

C is not a sub set of A because O $\notin$ A

We write C $\not\subset$ A

Proper Subset

Consider the following sets.

A = {1, 2, 3, 4}

B = {2, 3}

B is a subset of A.

A contains (at least one element that is not in B) 2 other members that are not in B.

We write: B $\subseteq$ A.

We say: B is a proper subset of A.

Since A has more members than B, we say that A is the **super set** of B.

We write: A $\supset$ B.

Improper Subset

Consider the following sets:

A = {1, 2, 3}

B = {2, 3, 1}

B is a subset of A, and A has no element which is not an element of B, then B is called an **improper subset of A**.

Note that two equal sets are improper subsets of each other. We can write B $\subseteq$ A and A $\subseteq$ B.

We say: B is an improper subset of A and A is an improper subset of B.

A $\subseteq$ A when every member of A is also a member of A. It is evident that every set is an improper subset of itself.

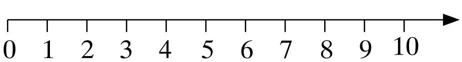
(pages 6-11) Whole Numbers

UNIT

2

Natural numbers and whole numbers

- Set of natural numbers is denoted as
  N = {1, 2, 3, 4, 5,….}.
- Whole numbers are the natural number including 0.
- The set of whole numbers is denoted as
  W = {0, 1, 2, 3, 4, 5,….}
- N and W are infinite sets.
- N is a proper subset of W i.e. $N \subset W$
- W is a super set of N $W \supseteq N$
  As natural numbers, whole number can be displayed are number line



Comparison between whole numbers

We use the following symbols for comparison between two whole numbers.

$>$ greater than

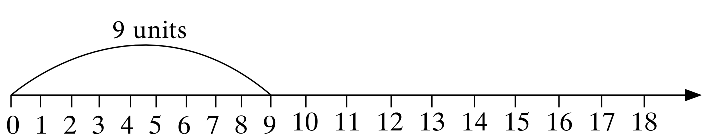
$<$ less than

$=$ equal to

$\geq$ greater than or equal to

$\leq$ less than or equal to

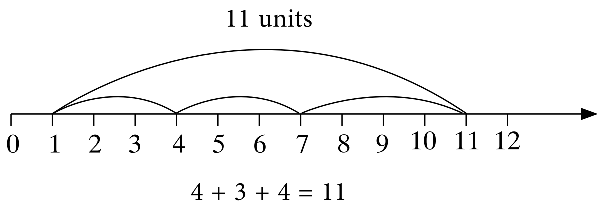
It should be remembered that 0 is the smallest number on whole number line the numbers are increasing towards right. Any number to the left of the number is less than the number.



9 < 10 (9 is to the left of 10)

12 7 9 (12 is to the right of 9)

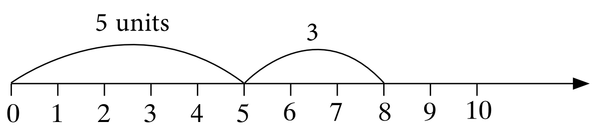
OXFORD
UNIVERSITY PRESS



Topic 2: Addition and subtraction of whole numbers

The closure property of whole numbers states that if a and b are whole number then a+b is also a whole number.

For example



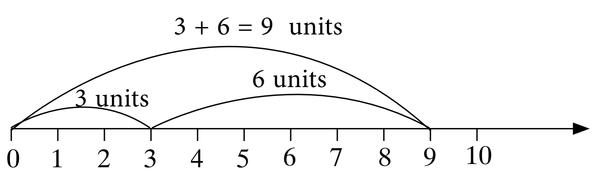
W = set of whole numbers

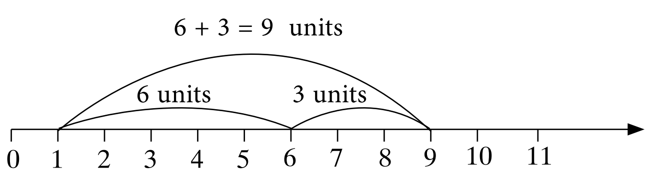
$5 + 3 = 8 \in W$

Whole numbers also satisfy the number properties as natural numbers do. They can be given as commutative law under addition.

We know that 3 + 6 = 6 + 3 = 9

Using a number line of whole numbers we proceed as





We observe that changing the order of a number does not change the result. This is Commutative low of addition.

Commutative low is not valid for subtraction

Associative law under addition.

Take three number 7, 8, 11 and write than as following

$$7 + 8 + 1 = (7 + 8) + 11 = 26$$

Also $7 + 8 + 1 = 7 + (8 + 11 = 26$

$\therefore (7 + 8) + 11 = 7 + (8 + 11)$

This shows that order of grouping numbers in addition does not change.

Additive identity: O in the additive identity because adding **O** is the additive identity because adding **O** to a number does not change a number $2 + 0 = 0 + 2 = 2$.

- Multiplication of whole number

  If two whole numbers are multiplied together the result is a whole number.

  $5 \in W$ and $7 \in W$

  $5 \times 7 = 35 \in W$

- Division of whole number

  If two whole numbers are dividing each others the result is a whole number

  $15 \in W, 3 \in W$

  $15 \div 3 = 5 \in W$

- Multiplicative identity:

  1 is the multiplicative identity because multiplying with I does not change a number

  $4 \times 1 = 1 \times 4 = 4$

- Commutative and associative laws under multiplicative are valid for whole numbers
- Distributive law of multiplication over additive is valid for whole numbers.

UNIT

3 Factors and Multiples

(pages 12-20)

Factor

- Divides a given number exactly
- Finite in numbers
- Number itself is a factor of every number
- Is a factor of every number
- Prime of factors are the factors in prime number
- The second last factor of an even number is half of the number

Methods of factorisation

- Prime factorisation method
- Division method

Refer to page 16, 17, and 18 of textbook for explanation of methods of factorisation.

HCF is the highest common factor of a set of numbers.

Multiples

- Numbers obtained by multiplying a number with another whole number
- Infinite in number
- Multiples get bigger and bigger
- Multiples produce times table

Refer to page 13 and 19 to explain the method of finding multiples.

LCM is the lowest common multiple of a given set of number

Daily life application of LMC and HCF

- to divide things in smaller portions (HCF)
- to arrange something in rows or groups (HCF)
- to find the largest grouping of two or more numbers (HCF)
- to find the time of repeating events (LCM)
- to solve addition and subtraction of fractions

OXFORD UNIVERSITY PRESS

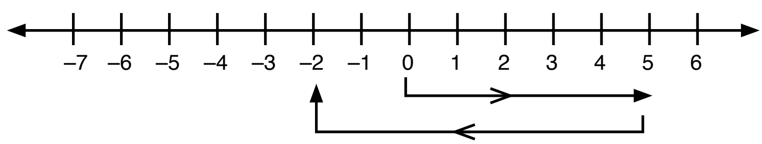
(pages 21-27) Integers

Introduction to Integers

When a whole number is added to or multiplied by another whole number, the result is also a whole number. But it is not always so in the case of subtraction. When a whole number is subtracted from another whole number, which is smaller than the former, the result is not a whole number.

Example: 5 – 7, 3 – 5,

On the number line, when we subtract 7 from 5, we get:



$5 - 7 = -2$

In the same way, we can obtain a set of integers which bear a negative sign. These are called **negative integers**.

The set of whole numbers together with the set of negative integers is known as the set of **integers**.

$$\leftarrow - - - -, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, - - - - \rightarrow$$

Zero is neither positive nor negative.

Concept of smaller and greater integers

Any integer lying to the right of another integer, on the number line, is greater.

Example: $1 > 0, 2 > 1, \ldots\ldots$

$-1 < 0, -2 < -1, \ldots\ldots$

Any integer lying to the left of another integer, on the number line, is smaller.

The number line

When we count or measure, we use real numbers. These numbers can be pictured as points on a line, called a **number line**.

To construct a number line

Choose a starting point on a line and label it **0** (zero). This point is called the **origin**. The origin separates the line into two horizontal sides, the **positive side** and the **negative side**. If the line is horizontal, the side to the right of the origin is taken to be the positive side and the side to the left as the negative side.

Mark off equal units of distance on both sides of the origin. On the positive side, pair the end points with positive integers + 1, + 2, + 3, + 4,… and so on.

On the negative side, pair the end points with negative integers –1, – 2, – 3, – 4,… and so on.

The positive integers, the negative integers and zero make up the set of **integers**.

The positive integers and zero are often called **whole numbers**.

Any number that is either a positive number, a negative number or zero is called a **real number**.

When we see the pairing of points on a number line, the paired points are at the same distance from the origin but on the opposite sides of it.

Each number in a pair such as + 7 and – 7 is called the **opposite of** the other number.

Order of integers

On a horizontal number line, the numbers increase from left to right and decrease from right to left.

The **symbols of inequality** are used to show the order of pairs of real numbers.

< means **less than**

> means **greater than**

By studying a number line we can see that –5 is less than –2 and 0 is greater than –5.

$-5 < -2$ and $0 > -5$

$+5 > -5$ and $3 > 0$

Absolute value of numbers

In any pair of non-zero opposites, such as –5 and +5, one number is negative and the other is positive. The positive number of any pair of non-zero real numbers is called the **absolute value** of each number in the pair.

The absolute value of a number 'a' is denoted by $|a|$ e.g. $|-5| = 5$ and $|+5| = 5$.

Notice that the absolute value of a real number **a** is **a** if **a** is non-negative and also if **a** is negative.

The absolute value of 0 is defined as 0 itself.

$|0| = 0$.

Addition of integers

We already know how to add two positive numbers. We can use a horizontal number line to help us find the the sum of any two real numbers.

For example to find the sum of –2 and –5, draw a number line. Starting at the origin move the pencil along the number line 2 units to the left. Then from that position move the pencil 5 units to the left. Moves to the left represent negative numbers. Together, the two moves amount to a move of 7 units to the left from the origin.

Thus: $-2 + (-5) = -7$.

The expression $-(2 + 5)$ represents the opposite of the sum of 2 and 5.

Since $\quad 2 + 5 = 7$

$\qquad -(2 + 5) = -7$

The expression $-2 + (-5)$ represents the sum of the opposite of 2 and the opposite of 5.

Using the number line we know that $-2 + (-5) = -7$.

It follows that $-(2 + 5) = -2 + (-5)$.

Using the property of the opposite of a sum and the familiar addition facts for positive numbers, we can compute sums of any real numbers without thinking of a number line.

To simplify $\quad -8 + (-3)$

Solution $\quad -8 + (-3) = -(8 + 3)$

$\qquad = -11$

Subtraction of integers

Write the following examples of the subtraction of 2:

$3 - 2 = 1$

$4 - 2 = 2$

$5 - 2 = 3$

Now write examples of the addition of -2:

$3 + (-2) = 1$

$4 + (-2) = 2$

$5 + (-2) = 3$

Comparing the entries in the two columns shows that subtracting 2 gives the same result as adding the opposite of 2.

This suggests the following definition of subtraction for all real numbers.

The difference $a - b$ is equal to the sum of $a + (-b)$.

That is to subtract b, add the opposite of b.

To simplify $\quad 12 - 3$

Solution $\quad 12 + (-3)$

$\qquad 12 - 3 = 9$.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Multiplication of integers

When we multiply any given real number by 1, the product is identical to the given number.

Example:

$3 \times 1 = 3$

$1 \times 3 = 3$

When we multiply any given real number by 0, the product is 0:

Example:

$3 \times 0 = 0$

$0 \times 3 = 0$

When we multiply any given real number by –1, the product is the opposite of that number.

Example:

$3 \times -1 = -3$

Rules for multiplication of positive and negative numbers

1. The product of a positive and a negative number is a negative number.
2. The product of two positive or two negative numbers is a positive number.

Division of integers

Before going on to division of integers, the terms 'reciprocal' or 'multiplicative inverse' must be explained.

Two numbers whose product is 1 are called reciprocals or multiplicative inverses of each other.

3 and $\frac{1}{3}$ are reciprocals because $3 \times \frac{1}{3} = 1$.

0 has no reciprocal because the product of 0 and any real number is 0, not 1.

The symbol for the reciprocal or multiplicative inverse of a non-zero real number a is $\frac{1}{a}$.

The reciprocal of a product of non-zero real numbers is the product of the reciprocals of the numbers.

That is, for all non-zero real numbers a and b:

$$\frac{1}{ab} = \frac{1}{a} \times \frac{1}{a}$$

To divide a by b we multiply a by the reciprocal of b

The quotient is often represented as a fraction:

$$\text{a divided by b} = \frac{a}{b}$$

We can use the definition of division to replace any quotient by a product.

$$\frac{21}{7} = 21 \times \frac{1}{7} = 3$$

$$\frac{21}{-7} = 21\left(-\frac{1}{7}\right) = -3$$

$$\frac{-21}{7} = -21 \times \frac{1}{7} = -3$$

$$\frac{-21}{-7} = (-21)\left(-\frac{1}{7}\right) = 3$$

Rules for dividing positive and negative integers

1. The quotient of two positive numbers or two negative numbers is positive.
2. The quotient of a positive number and a negative number is negative.

Dividing by zero

Dividing by zero would mean multiplying by the reciprocal of zero. But zero has no reciprocal. Therefore, division by zero has no meaning in the set of real numbers.

UNIT 5

Simplification *(pages 28-33)*

Kind of bracket and their order

— vinculums / bar

( ) parentheses

{ } braces

[ ] square brackets

These brackets are used in same order as given above. They always come in pairs, opening and closing brackets. They are used for grouping. They help in providing appropriate order of operation for mathematical expressions.

BODMAS: BODMAS is an acronym used to perform correct order of operation.

B	O	D	M	A	S
brackets	order	division	multiplication	addition	subtraction

It helps to simplify the complicated mathematical expressions.

It is applied as:

Step 1: First simplify the expressions with brackets in the order given below.

Bar $\longrightarrow$ parentheses $\longrightarrow$ braces $\longrightarrow$ square brackets.

Step 2: Follow by Division $\longrightarrow$ Multiplications.

Step 3: Follow by Addition $\longrightarrow$ Subtraction.

Activities:

1. Give the students following expression and ask them to put the brackets, so that the answer becomes $6 + 3 + 4 \times 9 - 8 \times 2$

(pages 34-39)

Ratio and Proportion

UNIT 6

Ratio

In a class of 6 girls and 24 boys, there are 4 times as many boys as there are girls.

The ratio of the number of boys to the number of girls is 4 to 1.

We can express a ratio in several ways.

Using a division sign $4 \div 1$

Using a fraction $\frac{4}{1}$

Using a ratio sign $4 : 1$

Definition: The ratio of one number to another is the quotient obtained when the first number is divided by the second number.

Finding the ratio of two quantities of the same kind

To find the ratio of two quantities of the same kind, first find the measures in the same units, then divide them.

Example: To find the ratio between the speed of a car and a bus travelling at different speeds.

Speed of bus : Speed of car

60 km per hour : 45 km per hour

$= \frac{60}{45}$

by reducing it to its lowest terms

$= \frac{4}{3}$

A ratio is a relation that one quantity bears to another quantity of the same kind with regard to their magnitudes.

The comparison is made by considering what multiple, part or parts the first quantity is of the second.

If we say that the ratio of two quantities is **5 is to 6** we mean that the magnitude of the two quantities has been compared, that is if one quantity has the magnitude 5, then the other has a magnitude of 6.

A ratio is an abstract number given by a fraction. The numerator denotes the magnitude of the first quantity and the denominator gives the magnitude of the second quantity.

If the quantities to be compared are in different units then it is essential to express them in the same unit to find their ratio.

e.g. If two sticks of length 2 m and 40 cm are to be compared; then the lengths expressed to the same units are 200 cm and 40 cm respectively and the ratio of their lengths is 200 : 40 i.e. 5 : 1.

The colon inserted between the two quantities denotes the ratio and is read as **5 is to 1**.

A ratio remains unaltered when both the terms are multiplied or divided by the same number.

A ratio should be expressed in its simplest form.

To find the ratio of two quantities of the same kind:

Express the measures in the same unit and then divide them.

The ratio $\frac{9}{6}$ can be expressed in its simplest form as $\frac{3}{2}$.

Proportion

Definition:

A sentence which states the equality of two ratios is called a proportion.

Example: The ratio 4 : 6 is the same as 2 : 3

4 : 6 :: 2 : 3

We read it as: 4 is to 6 as 2 is to 3.

It can also be written as: $\frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

Terms of a proportion

In the proportion:

4 : 6 :: 2 : 3

4 is the first term, 6 is the second term, 2 is the third term and 3 is the fourth term.

The second and third terms are called the **means** and the first and fourth terms are called **extremes**.

In any proportion the product of the means is equal to the product of the extremes.

Example: In the proportion

5 : 20 :: 4 : 16

the product of the means is: $20 \times 4 = 80$

the product of the extremes is: $5 \times 16 = 80$

We can use the above rule to find a missing term in a proportion.

Example: Find the first proportional in

a : 2 :: 3 : 6

product of the means: $2 \times 3 = 6$

product of the extremes: $a \times 6$

product of the means = product of the extremes

$$2 \times 3 = a \times 6$$

$$a = \frac{2 \times 3}{6} = 1$$

Indirect or Inverse Proportion

If two quantities are related in such a way that if the first increases and the second decreases, or vice versa, the quantities are said to vary indirectly or inversely. One such example is that of the number of men needed to complete a piece of work in a certain number of days. More men will complete the work in a fewer number of days.

The variation between men and days will be indirect.

Example: If 3 men can finish a piece of work in 4 days, how many men will do the job in 12 days?

The ratio of men and days is:

men : days

3 : 4

x : 12

We can figure out the answer in this way: fewer men will take more days to complete the work, and more men will take fewer days, so the proposition is one of inverse variation. If the number of men is increased the work will be done in fewer days.

Thus men : days

3 4

x 12

Draw arrows in the way shown, to indicate which numbers are to be multiplied:

$x : 3 = 4 : 12$

$3 \times 4 = 12 \times x$ (product of means and extremes)

$x = \frac{12}{12}$

$x = 1$ man

UNIT

7

Financial Arithmatic

(pages 40-46)

Percentage

The word **per cent** comes from a Latin word **per centum** meaning **out of hundred**. It means the ratio of a number to hundred.

The symbol % is used to denote percentage.

Example: 20% means $\frac{20}{100}$

To express a percentage as a common fraction

% can be reduced to an equivalent fraction by dividing it by 100.

Example: Express 12% as a common fraction.

$$12\% = \frac{12}{100} = \frac{6}{50} = \frac{3}{25}$$

To express a percentage as a decimal fraction

When a number is divided by 100, the decimal point shifts two places to the left.

Example: Express 25% as a decimal fraction.

$$25\% = \frac{25}{100} = 0.25.$$

Example: Express $2\frac{1}{2}$% as a decimal fraction.

$$2\frac{1}{2}\% = 2\frac{1}{2}\ /100 = \frac{2.5}{100}$$

Removing the decimal point

$$2.5 = \frac{25}{10}$$

Expressing it as a decimal fraction.

$$\frac{25}{10} \times 100 = \frac{25}{1000} = 0.025$$

To express a fraction as a percentage multiply it by 100.

Example: Express $\frac{3}{4}$ as a%.

$$\frac{3}{4} = \frac{3}{4} \times 100 = \frac{300}{4} = 75\%$$

To express a decimal fraction as a%:

Example: Express 0.06 as a%

$$0.06 \times 100 = 6\%$$

When a decimal fraction is multiplied by 100, the decimal point shifts two places to the right.

To find the percentage of a given quantity, write the % as a fraction and then multiply it by the quantity.

Example: Find 40% of Rs 300.

Writing the percentage as a fraction: $\frac{40}{100}$

Multiply the fraction by the quantity: $\frac{40}{100} \times 300 = \text{Rs } 120$

To find the quantity whose percentage is given.

Example: Find the quantity whose 25% is 50.

Suppose the quantity is x.

$$25\ \%\ \text{of}\ x = 50$$

$$\frac{25}{100}\ \text{of}\ x = 50$$

$$25x = 50 \times 100$$

$$x = \frac{50 \times 100}{25} = 200$$

The above example can be solved by the unitary method as well.

When the % is 25, the quantity is 100.

”	”	1,	”	”	$\frac{25}{100}$
”	”	50,	”	”	$\frac{25}{100} \times 50$
					$= 200$

Profit, Loss, and Discount

We often buy things from various shops. Shopkeepers buy these things either directly from manufacturers or from wholesale dealers. The price at which they buy the goods is called **cost price**. The price at which the shopkeeper sells the goods is called **selling price**. If the selling price of something is greater than the cost price, the shopkeeper has earned a **profit**. If the selling price is less than the cost price, then the shopkeeper suffers a **loss**.

Profit or gain = selling price – cost price

Loss = cost price – selling price

(a) To find the gain per cent, we first find the gain.

Example: An article was bought for Rs 120 and sold for Rs 150. Find the gain per cent.

Cost price = Rs 120

Selling price = Rs 150

Gain = selling price – cost price

= 150 – 120 = Rs 30

Gain % is calculated on the cost price

$$\text{Gain\%} = \frac{\text{gain}}{\text{cost price}} \times 100$$

$$= \frac{30}{120} \times 100$$

Thus gain = 25%

(b) To find the loss per cent, we first find the loss.

Loss = cost price – selling price.

$$\text{Loss \%} = \frac{\text{loss}}{\text{cost price}} \times 100$$

Example: Find the loss % when a machine bought for Rs 1500 is sold at Rs 1000.

Cost price = Rs 1500

Selling price = Rs 1000

Loss = cost price – selling price

= Rs 1500 – 1000 = Rs 500

$$\text{loss \%} = \frac{\text{loss}}{\text{cost price}} \times 100$$

$$= \frac{500}{1500} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

(c) To find gain and selling price when cost price and gain per cent are given:

Example: To find the gain and selling price of an article when the cost price is Rs 120 and gain is 10%.

gain is calculated on cost price

$$\text{gain} = \frac{\text{gain\%}}{100} \times \text{cost price}$$

$$= \frac{10}{100} \times 120 = \text{Rs } 12$$

Selling price = cost price + gain

= 120 + 12

= Rs 132

Thus gain = Rs 12

Selling price = Rs 132

(d) To find loss and selling price when loss per cent and cost price are given:

Example: The cost price of an article is Rs 200, and loss is 5%. Find the loss and selling price of the article.

Loss is calculated on cost price

loss = loss %/100 × cost price

$= \frac{5}{100} \times 200 = \text{Rs } 10$

selling price = cost price – loss

= 200 – 10 = Rs 190

Thus loss = Rs 10

selling price = Rs 190

Revise the formulae for finding gain, loss, gain %, loss % and selling price before proceeding to do the exercise.

Commission

A person who helps other people to buy and sell things is called an **agent**.

He or she charges a fee for his or her services, which is called **commission**.

The commission is calculated as a percentage of the sum for which an article is sold or bought.

To find the commission on a sale of goods.

Example: Find the commission at 5% on a sale of goods for Rs 2500.

selling price = Rs 2500

commission = 5%

On Rs 100 the commission is Rs 5

" " 1 " " $\frac{5}{100}$

" " 2500 " $\frac{5}{100} \times 2500$

Commission = Rs 125

Discount

Discount is the reduction in price of articles bought, which is calculated as a percentage of the marked price.

To find the discount percentage

Example: Find the discount per cent on an article whose price was reduced from Rs 500 to Rs 450.

Original price = Rs 500

Reduced price = Rs 450

Discount = original price – reduced price

= 500 – 450 = Rs 50

Discount on Rs 500 is Rs 50

" 1 $\frac{50}{500}$

" $100 = \frac{50}{500} \times 100 = 10\%$

To find the discount and reduced price of an article.

Example: The marked price of an article is Rs 250. The discount on it is 10%.

Find the discount and the reduced price of the article:

Original price = Rs 250

Discount = 10 %

Discount on Rs 100 is Rs 10

" 1 " $\frac{10}{100}$

" 25 " $\frac{10}{100} \times 250$

Discount = Rs 25

Reduced price = original price – discount

= Rs 250 – 25 = Rs 225

Property Tax

Tax is a percentage of the total income from a house, shop, or other property, which is payable to the government annually.

To find the property tax.

Example: The annual rent of a house is Rs 60,000. Find the property tax payable at a tax rate of 10%.

Property tax = 10 % of Rs 60,000

$= \frac{10}{100} \times 60,000 = \text{Rs } 6,000$

(pages 47-54)

Introduction to Algebra

UNIT 8

Algebra

Arithmetic generalization

We use letters of the alphabet for number properties to simplify expressions in Algebra; for example, a, b, c, x, y, z, etc.

The rules used in adding and multiplying real numbers are based on several properties.

Basic Arithmetic Properties

The following statements are accepted as facts:

1. Every pair of real numbers has a unique sum that is also a real number.
2. Every pair of real numbers has a unique product that is also a real number.
3. When we add two real numbers, we get the same sum, no matter what order we use in adding them.
4. When we multiply two real numbers we get the same product no matter what order we use in multiplying them.

Algebraic sentences

The group of words **The sum of five and three is eight** forms a word sentence.

When we translate this sentence into the numerical statement

5 + 3 = 8, = the equality symbol stands for the phrase **is equal to**.

Symbols meanings

- $=$ is equal to
- $\neq$ is not equal to
- $<$ is less than
- $>$ is greater than
- $\leq$ is less than or equal to
- $\geq$ is greater than or equal to

A **number sentence** consists of two number phrases called the **members** of the sentence with a symbol between them.

If the symbol is =, then the sentence is an **equation**. If the verb is any of the other symbols in the table above, the sentence is an 'inequality'.

For example, $\underbrace{8 - 2} \quad < \quad 5$ the verb

the two members is an inequality

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

Kinds of mathematical sentences

1. True sentences

A solution of a number sentence in one variable, is a value for the variable that makes the sentence a true statement.

For example: $a + 2 = 5$

If we put 3 for $\boldsymbol{a}$ it becomes a true sentence, but the sentence is not true if $a = 2$, became $2 + 2 = 4$ and not 5.

We say that 3 is a **solution** of or **satisfies** the given equation.

In the same way:

$2 + 2 = 2 \times 2 \qquad 4 \div 2 = 4 - 2$

$2 \times 3 = 3 \times 2 \qquad \frac{5}{3} \times \frac{5}{3} = 1$

2. False Sentences

Sentences which do not give a correct relationship between the members are called **false sentences**.

For example: $5 + 2 = 4 \qquad 8 - 5 = 2$

$3 \times 7 = 14 \qquad 4 < 2$

$5 + 3 > 10$

3. Open Sentences

A number sentence may contain one or more variables. It is then sometimes called an **open sentence**.

For example, $5x - 1 = 9$

If we replace the variable by a number, we can obtain either a true or a false sentence.

Replace x by 1, 2, 3.

$5x - 1 = 9$

$5\ (1) - 1 = 9$ (false)

$5\ (2) - 1 = 9$ (true)

$5\ (3) - 1 = 9$ (false)

In order to find the solution to an open sentence, we must find a value for the variable that makes the sentence a true statement.

Algebraic expressions

Like terms

Terms that have the same variable are called **like terms**. They may, or may not, have different coefficients.

Example: $2a$, $3a$, and $5a$ are like terms. Like terms can be combined to give a single term, for example, $2a + 3a$ – a gives a single term $4a$.

Unlike terms

Terms which have different variables are called 'unlike terms'.

They may, or may not, have different coefficients.

Degrees in a term

The degree of a monomial in a variable is the number of times that variable occurs as a factor, in the monomial.

For example: The degree of $2x^{\textcircled{2}}$ is 2.

The degree of $x^{\textcircled{1}}y^{\textcircled{2}}$ is 3. [1 + 2]

The degree of $5x^{\textcircled{2}}y^{\textcircled{3}}$ is 5. [2 + 3]

Monomial, binomial, and trinomials

Expressions are divided into three categories according to the number of terms in them.

Monomial

It is an expression having one term only, for example, $4a$, $3a^2$, $5b$, $6c$, etc.

Binomial

It is an expression having two terms, for example, $4a + 2b$, $6a^2 + 5b^2$, $3x - 5y$.

Trinomial

It is an expression having three terms, for example, $3a + 5b - 3c$, $a^2 + b^2 + c^2$, etc.

Addition of algebraic expression

Rules for signs in addition

The sum of two positive numbers will be a positive number.

The sum of two negative numbers will be a negative number.

The sum of a positive and a negative number will be the difference of the numbers and the sign will be that of the greater number.

To add polynomials, we write the polynomials, and simplify by adding like terms.

1. Horizontal Method

For example, add $2x$, $3x$, $7x$ (like terms): $2x + 3x + 7x = 12x$

For example, find the sum of: $2x - 3y$ and $5x + 7y$

Arrange the like terms: $2x + 5x - 3y + 7y$

Add the like terms: $7x + 4y$

2. Vertical method

When adding expressions, the like terms can be written vertically, one below the other.

For example, add $2x - 3y$ and $5x + 7y$

$$\begin{array}{r} 2x - 3y \\ 5x + 7y \\ 7x - 4y \end{array}$$

When like terms are added, the powers of the terms are not added. Only the coefficients are added.

For example, add $x^2 + 2x + 1$ and $2x^2 - 5x + 7$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ 2x^2 - 5x + 7 \\ 3x^2 - 3x + 8 \end{array}$$

Subtraction of algebraic expressions

For all real numbers a and b, the difference $a - b$ is defined by:

$$a - b = a + (-b)$$

1. Horizontal Method

[To subtract b, add the opposite of b]

For example, simplify: $12 - (-3)$ Simplify: $-7 - 1$

$12 + 3 = 15$ $= -7 + (-1)$

$= -8$

Simplify: $-4 - (-10)$

$= -4 + 10$

$= 6$

Simplify: $12 - 8 - 7 + 4$

Group the positive terms and negative terms

$$= (12 + 4) - (8 + 7)$$

$$= 16 - 15 = 1$$

Certain sums are usually replaced by differences:

Simplify: $9 + (-2x)$

$$= 9 - 2x$$

2. Vertical Method

The example below shows the fact that adding and subtracting the same number are 'opposite' in effect.

Subtract $5x - 3y$ from $8x + 2y$:

$$\begin{array}{r} 8x + 2y \\ 5x - 3y \\ - \quad + \\ \hline 3x + 5y \\ \hline \end{array}$$

UNIT

9

Linear Equations *(pages 55-57)*

Linear Expression

An expression such as $3x = 6$ contains only one variable x, and has only one solution over the integers, 2.

Linear equation in one variable

An equation with one variable which involves linear expression is called a **linear equation in one variable**.

For example: $x + 3 = 9$

$2x + 5 = 5$

$8 - 2x = 4$

$\frac{x}{3} = 5$

$\frac{2}{5}x - 3 = 8$

Solving an equation

To solve equations using addition or subtraction, we should know the addition and subtraction properties of equality.

If the same number is added to equal numbers, the sums are equal.

If the same number is subtracted from equal numbers, the differences are equal.

Linear Expression

An expression such as $3x = 6$ contains only one variable x, and has only one solution over the integers, 2.

Linear equation in one variable

An equation with one variable which involves linear expression is called a ‘linear equation in one variable’.

For example: $x + 3 = 9$

$2x + 5 = 5$

$8 - 2x = 4$

$x/3 = 5$

$2/5x - 3 = 8$

Solving an Equation

To solve equations using addition or subtraction, we should know the addition and subtraction properties of equality.

If the same number is added to equal numbers, the sums are equal.

If the same number is subtracted from equal numbers, the differences are equal.

Addition property of an equality

If a, b, and c are real numbers and a = b, then a + b = b + c and c + a = c + b.

Subtraction property of an equality

If a, b, and c are real numbers and a = b, then a – c = b – c.

We can use these properties to solve some equations.

For example: $x - 5 = 7$

$x - 5 + 5 = 7 + 5$ (adding 5 to both sides)

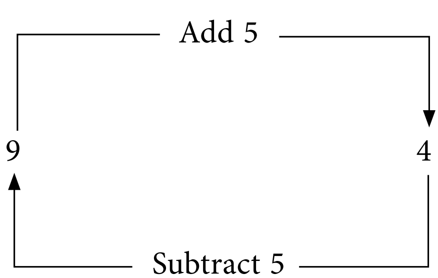
$x = 12$

For example: $a + 8 = 3$

$a + 8 - 8 = 3 - 8$ (subtracting 8 from both sides)

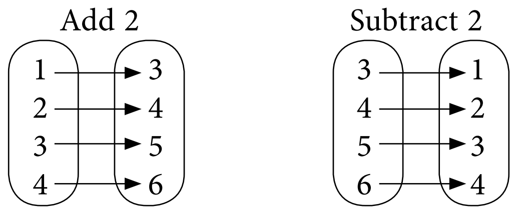
$a = -5$

On the diagram, if we start at 4 and follow one arrow after another, we end back at 4. Similarly if we start at 9, we end at 9.



We call addition of a given number and subtraction of the same number **inverse operations**.

Compare the diagrams:



If we want to subtract $4x$ from $6x$, we add $-4x$ to $6x$.

$6x + (-4x) = 2x$

In other words we change the sign of the term to be subtracted. We can use the horizontal and vertical method for subtraction as well.

For example, subtract $5x + 3y$ from $8x - 2y$. the result is $3x + 5y$

UNIT 10

(pages 58-77)

Geometry

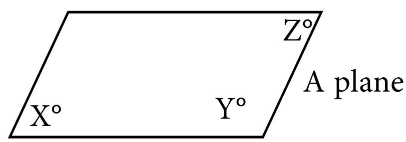
Linear Segment

Basic geometric concepts

'Plane'

A **plane** is a flat surface that extends forever in all directions.

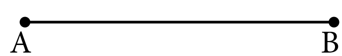
A **point** is any position on the plane.



A plane is named by any three of its points.

For example, XYZ is a plane.

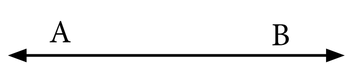
A line segment



A line segment connects two points that are called **end points**.

For example, AB is a line segment. It has two end points A and B. A line segment is written as AB.

A line: A line has no end-points.

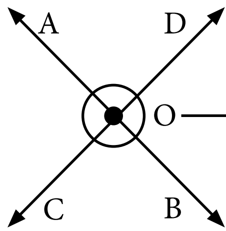


It extends forever in opposite directions. A line is written as: AB

A ray: A ray is part of a line, with only one end point.

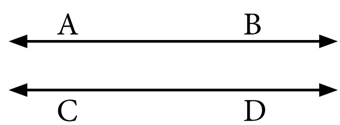
It is written as: AB

Intersecting Lines: Some lines **intersect** or meet at a point. The point where they intersect is called the **point of intersection**.



Lines $\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{CD}$ intersect at point **O**.

If there is no point of intersection between two lines, they are said to be **parallel lines**.

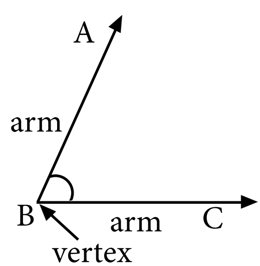


$\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{CD}$ are parallel lines.

Parallel lines are written as: $\overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

We say $\overleftrightarrow{AB}$ is parallel to $\overleftrightarrow{CD}$.

Angles: An **angle** is formed by two rays having a common end-point called the **vertex**. An angle is named with the vertex in the middle.



$\overleftrightarrow{AB}$ and $\overleftrightarrow{BC}$ are the arms of the angle.

Point B is the vertex of the angle.

We write an angle as: $\angle ABC$, $\angle CBA$ or $\angle B$.

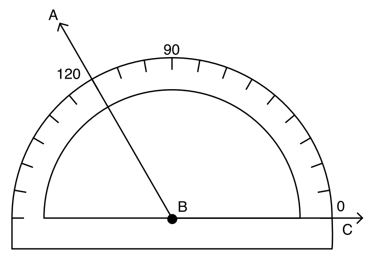
Measuring angles

The basic unit of measuring an angle is the **degree** (0).

A **protractor** is used to measure angles.

To read a protractor

Place the mid-point of the base of the protractor and the zero angle on one ray of the angle. The measure of the angle is read on the outside scale.



$\angle ABC = 120°$.

How to construct an angle of a given measure:

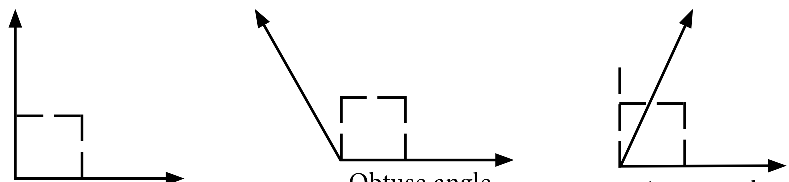
Steps:

1. Draw a ray $\overleftrightarrow{OY}$ with a ruler.
2. Place the mid-point of the protractor at O, such that the 0° mark coincides with $\overleftrightarrow{OY}$.
3. Mark a point **X** along the protractor edge at the given degree of measure of the angle.
4. Remove the protractor and join X to O. $\angle XOY$ is the given angle.

Constrction of angles

Kinds of Angles

We can use the corner of a page to classify angles:



right angle (90°)

Obtuse angle (more than 90°)

Acute angle (less than 90°)

Congruent angles

Angles with the same measure are called **congruent angles**.

We write it as: $\angle ABC \cong \angle XYZ$

The symbol $\cong$ means equal in all respects.

Construction of congruent angles

Follow the steps of construction as given in the pupil's book.

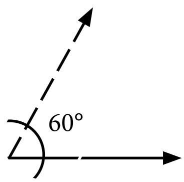
To bisect an angle

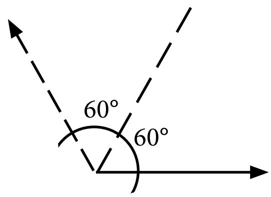
Follow the steps of construction given in the pupil's book.

To draw angles of given measurement using only a compass and a ruler

Follow the steps of construction as given in the pupil's book.

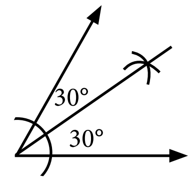
Explain that the arc makes an angle of 60°.



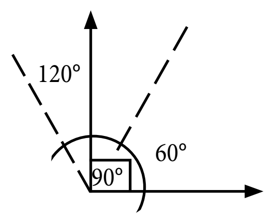


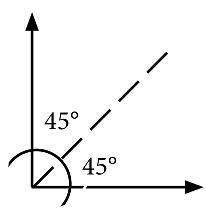
The arc drawn from the 60° arc makes another angle of 60°.

Bisecting an ∠ of 60° make two angles of 30° each.



Bisecting an angle between 60° and 120° makes an angle of 90° (right angle).





Bisecting the right angle make two angles of 45° each.

To construct an angle of 135°

Explain: 180° – 45° = 135°

Draw an angle of 45° from the opposite end of the line and count the degrees from the 0° end.

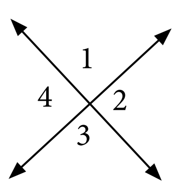
To construct an angle of 150°

Explain: 180° – 30° = 150°

Construct an angle of 30° at the opposite end and count the degrees from the 0° end.

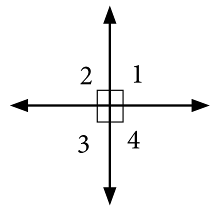
Sum of angles at a point

When two lines intersect four angles are formed. The angles opposite each other are called **vertical angles**.



If we measure the angles using a protractor, we will find that $\angle 1 = \angle 3$ and $\angle 2 = \angle 4$

When we add all the measure of the angles, we will see that the sum will be 360° which is equal to four right angles.



If two lines intersect to form a right angle, then the vertical angles will all be right angles and the sum of all the angles will be equal to 360° (four right angles).

$90° + 90° + 90° + 90° = 360°$

Construction of triangles

Triangles

A triangle is a figure formed by three line segments joining three points not on the same line. Each segment is called the **side** of the triangle. Each of the three points is a **vertex** of the triangle.

Types of triangles

Equilateral triangle: It has three equal sides.
Isosceles triangle: It has two equal sides.
Scalene triangle: It has three unequal sides.
Right-angled triangle: It has one right angle. The side opposite the right angle is called **hypotenuse**.
Acute-angled triangle: It has one acute angle.
Obtuse-angled triangle: It has one obtuse angle.

Construction of triangles

Follow the steps of construction in the pupil's book to construct different kinds of triangles.

Circles

A circle consists of points which are equidistant from the centre.

Definitions

Circumference is the circular line around the circle.
The **radius** is the line segment from the centre to the circle.
A **chord** is the line segment which has its end points on the circle.
The **diameter** is the chord which passes through the centre of the circle.
A **sector** is a part of a circle of given radius and angle.

Construction of a sector of a circle and to construct a circle of a given radius

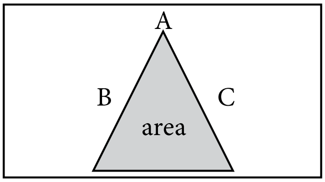
Follow the steps of construction in the pupil's book.

Perimeter and Area

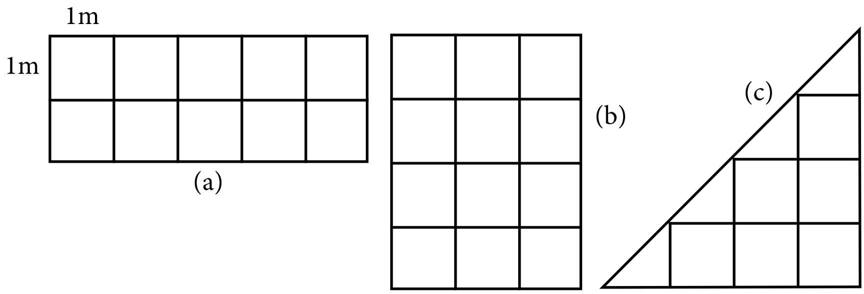
UNIT 11

Area

In the figure the region bounded by the polygon is called its **area**.



The measurement that tells us how much of the plane is **covered** by a given polygonal region, is called the area of the polygon. It is the number of square units required to cover the region.



If one small square is 1 metre long and 1 metre wide what is the area of the above figures?

(a) 10 sqm (b) 12 sqm (c) It is difficult to calculate

We need to know how many square metres are needed to cover the above figures.

To find the area, we follow a formula for each shape.

Area of a square

To find the area of a square multiply the length of one side by itself.

Area = side × side = side^2

Example: Find the area of a square of side 5 cm.

Area of a square = side^2 = 5^2 = 25 cm^2

Area of a rectangle

To find the area of a rectangle, multiply the length by the width.

Example: Find the area of a rectangle if its length is 8 cm and with is 5 cm.

Area of rectangle = length × width = $8 \times 5 = 40$ cm^2

Area of the four walls of a room

(a) When the room is rectangular

The area of the two opposite walls will be equal and can be calculated by the formula:

Area of 2 walls = 2 length × height

Area of 2 walls = 2 breadth × height

Area of the 4 walls = $2 \times b + 2\, b \times h$

$= 2\,(+ b) \times h$

∴ the area of the 4 walls = 2 (length + breadth) × h

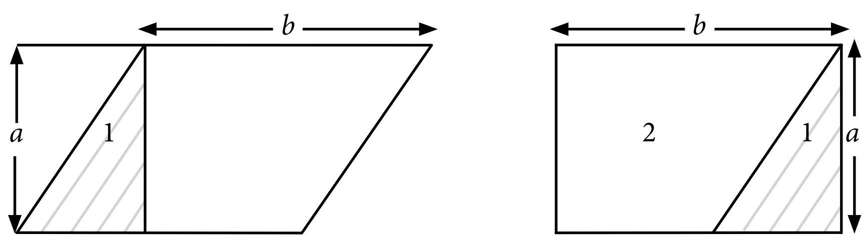
(b) When the room is square

As the length and breadth of a square room are equal:

Area of the 4 walls = 4 × side × height

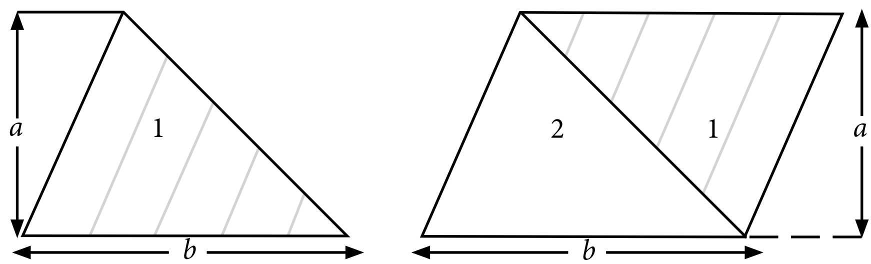
Area of a parallelogram

The region bounded by the parallelogram shown below has been cut into two parts, labelled '1' and '2'.



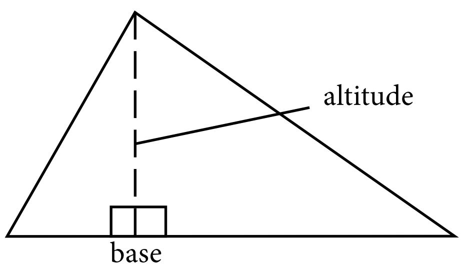
We can slide region 1 to the right until the two parts form a rectangular region. Since the area of the rectangle is $b \times a$ square units, the area of the parallelogram is also $b \times a$ square units.

Area of a triangle



Triangle 1 and 2 are duplicates of each other. Triangle 1 has been moved in the plane so that the two triangles together form a parallelogram.

The area of the paralleogram is $b \times a$ square units, then the area of each triangle will be $\frac{1}{2} \times b \times a$ square units. If one side of a triangle is chosen as the **base**, then the segment perpendicular to the base is the corresponding **altitude**.



The area of the triangle is: $= \frac{1}{2} \times$ base $\times$ altitude $= \frac{1}{2} \times b \times a$

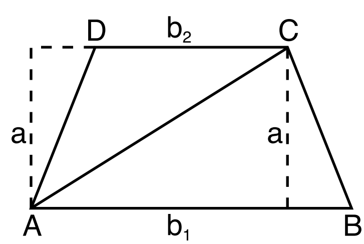
Area of a right-angled triangle

Since the height of a right-angled triangle is perpendicular to the base the formula for finding the area will be:

$\frac{1}{2} \times$ base $\times$ perpendicular

Area of a Trapezium

Look at the trapezium ABCD.



a is the altitude (perpendicular height).

b_1 is the measure of the lower base.

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

b_2 is the measure of the upper base.

$\overline{AC}$ is the diagonal joining the opposite vertices.

Area of $\Delta ABC = \frac{1}{2} \times a \times b_1$

Area of $\Delta ACD = \frac{1}{2} \times a \times b_2$

Adding the areas of the two triangles.

$\Delta ABC + \Delta ACD = \frac{1}{2} \times a \times b_1 + \frac{1}{2} \times a \times b_2$

$= \frac{1}{2} \times a\,(b_1 + b_2)$

e.g. Find the area of a trapezium whose bases are 13 cm and 27 cm and its altitude is 20 cm.

$b_1 = 13$ cm

$b_2 = 27$ cm

$a = 20$ cm

$$\text{Area of the trapezium} = \frac{1}{2} \times a\,(b_1 + b_2)$$
$$= \frac{1}{2} \times 20\,(13 + 27)$$
$$= \frac{1}{2} \times 20 \times 40$$
$$= 400 \text{ cm}^2$$

Three Dimensional Solids

UNIT **12**

Volume of a cube and cuboid

Cubes and cuboids are three-dimensional figures i.e. they have three measures: length, breadth, and height. Volume is always measured in cubic units e.g. cubic cm, cubic m, etc.

Cube

A cube has all its sides equal.

To find the volume of a cube multiply the sides three times.

Cuboid

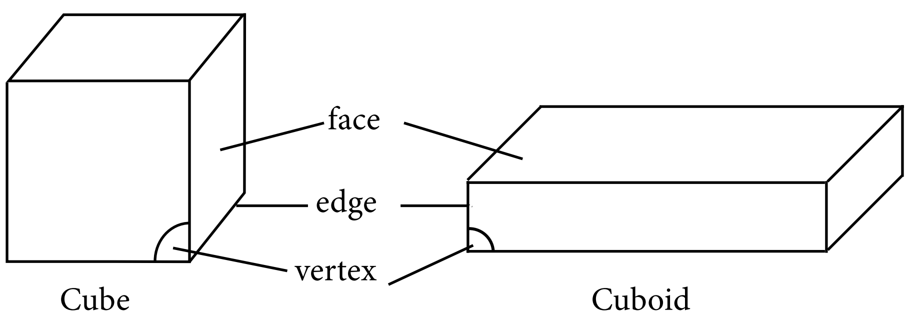
A cuboid has length, breadth, and height.

To find the volume of a cuboid.

Multiply the length, breadth and height.

Volume

Solid figures are formed from polygons. They have faces, edges and vertices.



The space that solid figures occupy is called **volume**. Since solid figures have length, width and height, we use cubic units to measure their volume. The number of cubic units needed to make or fill a solid figure is called the 'volume' of the figure.

Volume of a cube

Since the sides of a cube are all equal, its volume can be calculated by the formula:

Volume of a cube = side × side × side

= ($side^3$) cubic units.

Example: Find the volume of a cube of side 5 cm.

$V = (side^3) = 5^3 = 125$ cubic cm or cm^3

To find the volume of a cuboid:

Since the sides of a cuboid are not equal, to find the volume we multiply the length, and height.

Area of a cuboid = length × breadth × height

Example: Find the volume of a cuboid 10 cm long, 6 cm wide and 4 cm high.

$V = l \times b \times h = 10 \times 6 \times 4 = 240 \text{ cm}^3$

(pages 88-95)

Information handling

UNIT 13

A graph is a way of representing numerical information or data . it helps us to compare quantities and changes by just glancing at them.

Graphs are interesting as well as time-saving.

To draw a graph we first arrange the data. Then we write out the information in the form of a table. A graph is drawn on a special kind of paper which is squared. On the paper we draw a horizontal line which represents the x-axis. We draw another perpendicular to the x-axis. This is called the y-axis, and we draw bars to represent the data.

Now we select a suitable scale to draw the graph. For example, 100 km is equal to 1 large square on the graph paper.

Then we mark the unchanging or constant quantities on the x-axis and the variables on the y-axis.

Bar graph

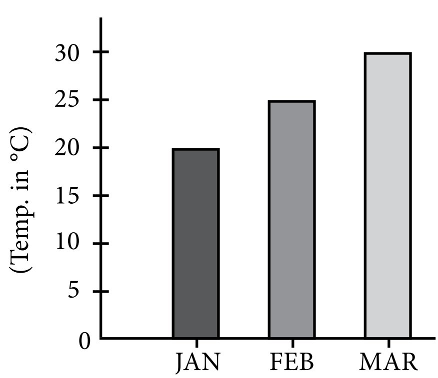
Aids in making a bar graph

To construct a bar graph we need coloured pencils for shading and a pen or pencil.

Steps to construct a bar graph

1. Take a sheet of graph paper and draw two lines perpendicular to each other along two thicker lines of the graph paper. The horizontal line is called the x-axis and the vertical line the y-axis. Their starting point of intersection is called the 'origin'.
2. Along the x-axis mark the quantities which are constant or unchanging at equal distances.
3. Choose a suitable scale to mark the heights of the bars along the y-axis.
4. Draw bars of equal width and of corresponding heights to the values on the x-axis.

Example: Draw a bar graph to represent the average monthly temperature in Lahore in January, February and March.



MONTH	JAN	FEB	MAR
TEMP	20°C	25°C	30°C

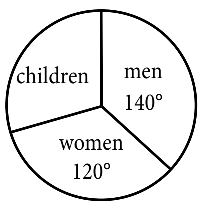
Pie chart

A pie chart is a kind of chart in which the data is represented in the form of a circle. Since the total number of degrees of angles in a circle is 360°, so each sector represents a fraction of 360°.

To find the number, quantity, or amount of a certain item represented on the pie chart we can use the formula:

$$\frac{\text{angle of the sector}}{\text{sum of the angles}} \times \text{total}$$

For example, find the number of men, women, and children in a village with a population of 3600.



Number of men $= \frac{140° \times 3600}{360} = 1400$

Number of women $= \frac{120° \times 3600}{360} = 1200$

Sum of men and women $= 1400 + 1200 = 2600$

Number of children:

Total population = 2600

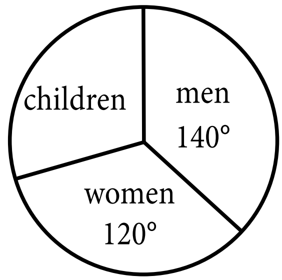
$= 3600 - 2600 = 1000$ children

We can also find the angle of the sector for the children:

$$360° - (140° + 120°) = 100°$$

The number of children $= \frac{100}{360} \times 3600 = 1000$

مثال کے طور پر 3600 کی آبادی پر مشتمل گاؤں میں مردوں، عورتوں اور بچوں کی تعداد معلوم کیجیے۔



مردوں کی تعداد = $140° \times 3600/360 = 1400$

مردوں کی تعداد = $120° \times 3600/360 = 1200$

مردوں اور عورتوں کی کل تعداد = $1400 + 1200 = 2600$

بچوں کی تعداد:

کل آبادی = 3600

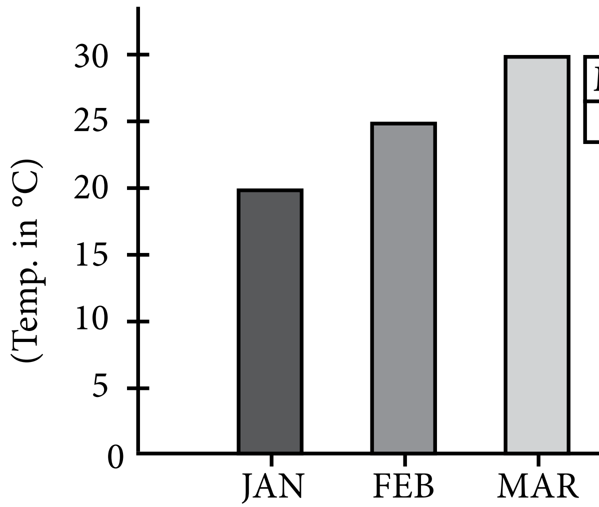
بچے $3600 - 2600 = 1000$

ہم بچوں کے لیے علاقے کا زاویہ بھی معلوم کر سکتے ہیں۔

$360° - (140° + 120°) = 100°$

بچوں کی تعداد $100/360 \times 3600 = 1000$

مثال : ایک بارگراف بنائیے جس سے جنوری ، فروری اور مارچ میں لاہور کا اوسط ماہانہ درجۂ حرارت ظاہر کیا جائے۔



MONTH	JAN	FEB	MAR
TEMP	20°C	25°C	30°C

گولائی کا چارٹ

گولائی کا چارٹ ، چارٹ کی وہ قسم ہے جس میں اعداد و شمار کو ایک دائرے کی شکل میں ظاہر کیا گیا ہو۔ چونکہ ایک دائرے میں زاویوں کے درجوں کی مکمل تعداد °360 ہے لہٰذا ہر حصہ °360 کی ایک کسر ظاہر کرتا ہے۔

گولائی کے چارٹ میں کسی شے کی تعداد اور مقدار معلوم کرنے کے لیے ہم یہ فارمولا استعمال کر سکتے ہیں۔

$$\frac{\text{علاقے کا زاویہ}}{\text{زاویوں کی جمع}} \times \text{کُل}$$

اعداد و شمار کا اندراج (Informational Handling)

طریقہ ترسیم یا گراف عددی معلومات یا ڈیٹا کو پیش کرنے کا ایک طریقہ ہے۔ یہ ہمیں مقداروں اور تبدیلیوں کے تقابل کو ایک نظر ڈالتے ہی جاننے میں مدد دیتا ہے۔

طریقہ ترسیم دلچسپ ہونے کے ساتھ ساتھ وقت بھی بچاتا ہے۔

طریقۂ ترسیم

ہم پہلے تمام مواد کو ترتیب دیتے ہیں۔ پھر ہم معلومات کو جدول کی شکل میں درج کرتے ہیں۔ گراف ایک مخصوص قسم کے خانے دار کاغذ پر بنایا جاتا ہے جو مربع شکل کا ہوتا ہے۔ کاغذ پر ہم ایک افقی سطر کھینچتے ہیں جو x-axis (محور) کو ظاہر کرتی ہے۔ ہم x-axis (محور) پر ایک دوسرا عمود کھینچتے ہیں۔ یہ y-axis (محور) کہلاتا ہے۔

پھر ہم اعداد و شمار کو ظاہر کرنے کے لیے بار (پٹیاں) بناتے ہیں۔ ہم گراف بنانے کے لیے ایک مناسب پیمانہ استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر 100 کلومیٹر، گراف کے کاغذ کے ایک بڑے مربع کے برابر ہوتا ہے۔

پھر ہم مستقل مقداروں کو x-axis (محور) پر اور متغیرات کو y-axis (محور) پر نشان زد کرتے ہیں۔

بار گراف

بار گراف بنانے کے لیے ضروری اشیا

ایک بار گراف بنانے کے لیے ہمیں رنگ بھرنے کے لیے رنگین پنسلوں اور پنسل یا قلم کی ضرورت ہوتی ہے۔

بار گراف بنانے کے مدارج

۱۔ گراف پیپر کی ایک شیٹ لے کر دو سطریں کھینچیں جو زاویہ قائمہ پر ایک دوسرے کو قطع کریں جس میں گراف پیپر کی دو چوڑی سطریں بھی شامل ہوں۔ افقی سطر کو x-axis اور عمودی سطر کو y-axis کہا جاتا ہے۔ قطع کرنے کے ابتدائی نقطہ کو 'منبع' کہا جاتا ہے۔

۲۔ x محور کے ساتھ مستقل مقداروں کو مساوی فاصلوں پر نشان زد کیجیے۔

۳۔ ایک مناسب پیمانے کا انتخاب کیجیے تاکہ بار کی اونچائی y محور کے ساتھ نشان زد کی جائے۔

۴۔ مساوی چوڑائی کے بار کھینچیں جو x محور کی مقداروں کی اونچائیوں کے مطابق ہوں۔

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

مکعب کا حجم

چونکہ ایک مکعب کے تمام اضلاع مساوی ہوتے ہیں۔ اس کے حجم کی پیمائش دیے گئے فارمولے کے ذریعے کی جاسکتی ہے۔

مکعب کا حجم = ضلع × ضلع × ضلع

= ضلع^3 مکعب اکائیاں

مثال: 5 سینٹی میٹر کے ضلع والے مکعب کا حجم معلوم کریں۔

حجم = ضلع^3 = 5^3 = 125 مکعب سینٹی میٹر یا سم^3

مکعب نما کا حجم معلوم کرنا

چونکہ مکعب نما کے اضلاع مساوی نہیں ہوتے اس لیے حجم معلوم کرنے کے لیے ہم لمبائی، چوڑائی اور اونچائی کو ضرب دیتے ہیں۔

مکعب نما کا حجم = اونچائی × چوڑائی × لمبائی

مثال: 10 سینٹی میٹر لمبے، 6 سینٹی میٹر چوڑے اور 4 سینٹی میٹر اونچے مکعب کا حجم معلوم کریں۔

حجم = لمبائی × چوڑائی × اونچائی = $10 \times 6 \times 4 = 240$ سم^3

سہ جہتی اشکال (Three Dimensional Solids)

مکعب اور مکعب نما سہ جہتی اشکال ہیں۔ اس طرح ان کی تین پیمائشیں ہیں۔
لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی۔ حجم کی پیمائش ہمیشہ مکعب اکائی میں ہوتی ہے۔ مثال کے طور پر مکعب سینٹی میٹر ، مکعب میٹر وغیرہ۔

مکعب

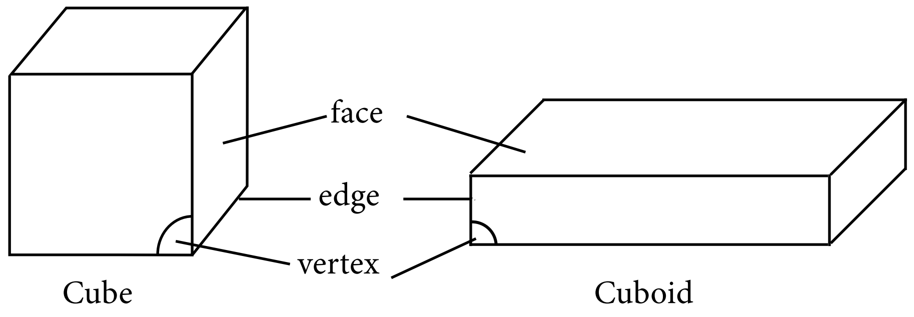
ایک مکعب کی تمام سمتیں مساوی ہوتی ہیں۔
ایک مکعب کا حجم معلوم کرنے کے لیے اس کی سمتوں کو تین بار ضرب دیجیے۔

مکعب نما

ایک مکعب نما میں لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی ہوتی ہے۔
ایک مکعب نما کا حجم معلوم کرنے کے لیے لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی کو ضرب دیجیے۔

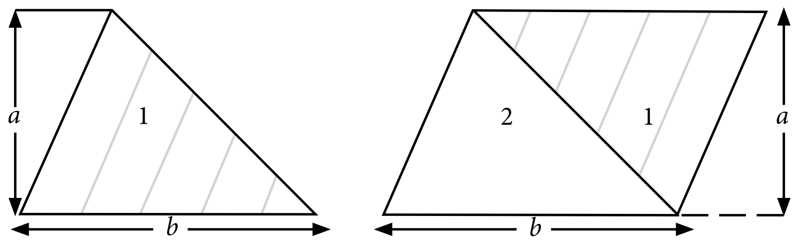
حجم

ٹھوس شکلیں، کثیر الزاویہ سے بنائی جاتی ہیں۔ ان کے رُخ ، کنارے اور راس ہوتے ہیں۔



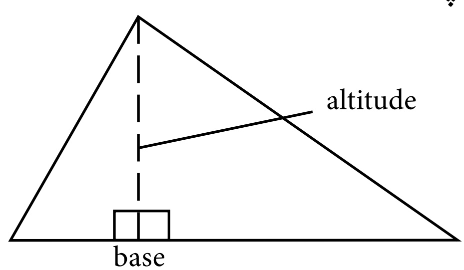
وہ جگہ جو ٹھوس شکلیں گھیرتی ہے۔ 'حجم' کہلاتی ہے۔ چونکہ ٹھوس شکلوں کی لمبائی ، چوڑائی اور اونچائی ہوتی ہے لہٰذا ہم مکعب اکائیوں سے ان کے حجم کی پیمائش کرتے ہیں۔
ایک ٹھوس شکل بنانے یا بھرنے کے لیے مکعب اکائیوں کی جتنی تعداد درکار ہوتی ہے وہ اس شکل کا 'حجم' کہلاتی ہے۔

مثلث کا رقبہ



مثلث 1 اور 2 ایک دوسرے کی نقل ہیں۔ مثلث 1 کو مستوی سطح پر کھسکایا گیا ہے جس سے دونوں مثلثیں مل کر ایک متوازی الاضلاع بناتی ہیں۔

ایک متوازی الاضلاع کا رقبہ $a \times b$ مربع اکائی ہے۔ لہٰذا ہر مثلث کا رقبہ $1/2 \times b \times a$ مربع اکائی ہوگا۔ اگر مثلث کے ایک ضلع کو اساس سمجھ لیا جائے تو اساس سے عمود تک کا حصہ اونچائی ہو گا۔



مثلث کا رقبہ: $1/2 \times b \times a$ = اونچائی × اساس × $1/2$

قائمۃ الزاویہ مثلث کا رقبہ

چونکہ قائمۃ الزاویہ مثلث کی اونچائی اساس پر عمودی ہے لہٰذا رقبہ معلوم کرنے کا فارمولا یہ ہو گا۔

عمود × اساس × $1/2$

مستطیل کا رقبہ

ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے لمبائی کو چوڑائی سے ضرب دیجیے۔

مثال: ایک مستطیل کا رقبہ معلوم کریں جس کی لمبائی 8 سینٹی میٹر اور چوڑائی 5 سینٹی میٹر ہے۔

مستطیل کا رقبہ = چوڑائی × لمبائی = $8 \times 5 = 40\ cm^2$

کسی کمرے کی چار دیواروں کا رقبہ

(الف) جب کہ کمرہ مستطیل ہو۔

دو مخالف دیواروں کا رقبہ مساوی ہوگا اور فارمولے کے ذریعہ اس کی پیمائش کی جا سکتی ہے۔

2 دیواروں کا رقبہ = 2 لمبائی × اونچائی

2 دیواروں کا رقبہ = 2 چوڑائی × اونچائی

چار دیواروں کا رقبہ = $2l \times b + 2b \times h$

$2(l + b) \times h$

∴ چار دیواروں کا رقبہ = اونچائی × (چوڑائی + لمبائی) 2

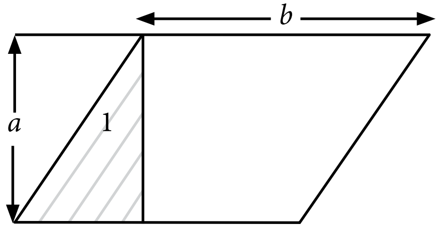
(ب) جب کہ کمرہ مربع ہو

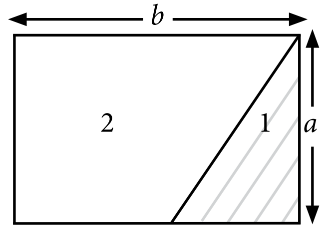
جیسا کہ ایک مربع کمرے کی لمبائی اور چوڑائی مساوی ہوتی ہے۔

4 دیواروں کا رقبہ = 4 × اضلاع × اونچائی

متوازی الاضلاع کا رقبہ

متوازی الاضلاع سے محصور علاقہ جیسا کہ ذیل میں دکھایا گیا ہے دو حصوں میں بانٹ دیا گیا ہے جسے '1' اور '2' کا نام دیا گیا ہے۔



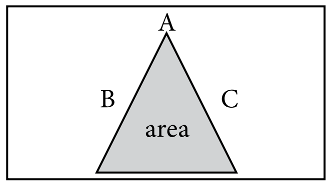


ہم علاقہ 1 کو اس وقت تک دائیں طرف کھسکا سکتے ہیں جب تک کہ دونوں حصے ایک مستطیل علاقہ نہ بنا لیں۔ چونکہ مستطیل کا رقبہ $a \times b$ مربع اکائی ہے اس لیے متوازی الاضلاع کا رقبہ بھی $a \times b$ مربع اکائی ہوگا۔

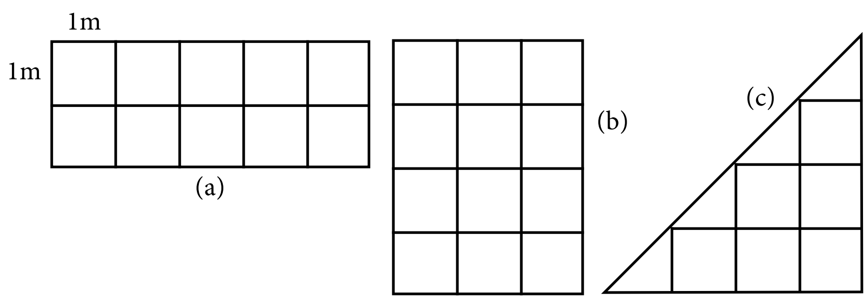
رقبہ (Area)

رقبہ

شکل میں وہ علاقہ جو کثیر الزاویہ کے اندر واقع ہے ’رقبہ‘ کہلاتا ہے



وہ پیمائش جو ہمیں یہ بتائے کہ کسی سطح کا کتنا حصہ کثیر الزاویہ نے گھیر رکھا ہے، اس کثیر الزاویہ کا رقبہ کہلاتا ہے۔ یہ مربعوں کی اکائیوں کی تعداد ہے جو رقبہ کو گھیرنے کے لیے درکار ہے۔



اگر ایک چھوٹا مربع ایک میٹر لمبا اور ایک میٹر چوڑا ہے تو درج بالا اشکال کا رقبہ کیا ہوگا؟

(a)10 مربع میٹر (b)12 مربع میٹر (c) اس کی پیمائش مشکل ہے۔

ہمیں یہ جاننا ہوگا کہ درج بالا اشکال کو گھیرنے کے لیے کتنے مربع میٹر کی ضرورت ہے۔

ہم ہر شکل کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک فارمولے پر عمل کرتے ہیں۔

ایک مربع کا رقبہ

ایک مربع کا رقبہ معلوم کرنے کے لیے ایک ضلع کی لمبائی کو اسی سے ضرب دیجیے۔

رقبہ = ضلع × ضلع = ضلع^2

مثال: 5 سینٹی میٹر ضلع کے ایک مربع کا رقبہ معلوم کریں

مربع کا رقبہ = ضلع^2 = 5^2 = $25\ cm^2$ (سینٹی میٹر)

مثلث بنانا

درسی کتب میں مختلف قسم کی مثلث بنانے کے لیے دیے گئے مدارج پر عمل کیجیے۔

دائرہ

دائرے میں تمام نقطوں کا مرکز سے فاصلہ یکساں ہوتا ہے۔

تعریف

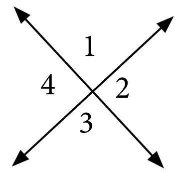
’محیط‘ ایک گول خط ہے جو دائرے کے گرد ہے۔
مرکز سے دائرے کے کنارے تک کا قطعۂ خط ’رداس‘ کہلاتا ہے۔
’وتر‘ ایک ایسا قطعۂ خط ہے جس کے اختتامی نقاط دائرے پر ہوتے ہیں۔
’قطر‘ وہ وتر ہے جو دائرے کے مرکز سے گزرتا ہے۔
’علاقہ‘، دائرے کا ایک حصہ ہے جو دیے گئے رداس اور زاویہ پر مشتمل ہوتا ہے۔

دائرے کا ایک علاقہ بنانا اور دیے گئے رداس کا دائرہ بنانا

درسی کتاب میں دیے گئے اقدامات پر عمل کریں۔

کسی نقطے پر زاویوں کا مجموعہ

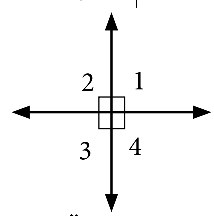
جب دو خطوط ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو چار زاویے بن جاتے ہیں۔ زاویے جو ایک دوسرے کے مخالف ہوں 'عمودی زاویے' کہلاتے ہیں۔



اگر ہم زاویہ پیما (پروٹریکٹر) کی مدد سے زاویوں کی پیمائش کریں تو ہم دیکھیں گے کہ:

$\angle 1 = \angle 3, \angle 2 = \angle 4$

جب ہم تمام زاویوں کی پیمائش کو جمع کریں گے تو ہم دیکھیں گے کہ حاصل جمع 360° ہو گا جو چار قائمہ زاویوں کے برابر ہے۔



اگر دو خطوط ایک زاویہ قائمہ بنانے کے لیے ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں تو تمام عمودی زاویے قائمہ زاویے ہوں گے اور تمام زاویوں کا حاصل جمع 360° درجے (چار قائمہ زاویوں) کے برابر ہو گا۔

$90° + 90° + 90° + 90° = 360°$

مثلث

مثلث وہ شکل ہے جو تین مختلف قطعہ خط سے مل کر بنی ہو جو اسے تین نقطوں پر ملاتے ہیں لیکن یہ ایک خط پر واقع نہیں ہوتے۔ ہر قطعہ خط 'مثلث کا ضلع' کہلاتا ہے۔ تینوں نقطے 'مثلث کی راس' کہلاتے ہیں۔

مثلث کی اقسام

متساوی الاضلاع مثلث: اس کے تینوں ضلع مساوی ہوتے ہیں۔

متساوی الساقین مثلث: اس کے دو ضلع مساوی ہوتے ہیں۔

مختلف الاضلاع مثلث: اس کے تمام ضلع پیمائش میں برابر نہیں ہوتے۔

قائمتہ الزاویہ مثلث: اس میں ایک زاویہ قائمہ ہوتا ہے۔ وہ ضلع جو زاویہ قائمہ کے مقابل ہو وتر کہلاتا ہے۔

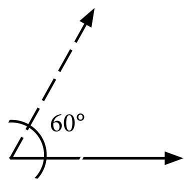
حادۃ الزاویہ مثلث: اس میں ایک زاویہ حادہ ہوتا ہے۔

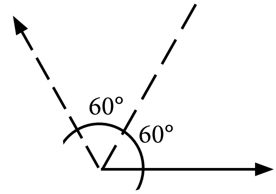
منفرجتہ الزاویہ مثلث: اس میں ایک زاویہ منفرجہ ہوتا ہے۔

کسی دی ہوئی پیمائش کا زاویہ کھینچنے کے لیے صرف پرکار اور مسطر (رُولر) سے کام لینا

درسی کتاب میں دیے گئے نکات پر عمل کریں۔

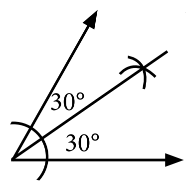
وضاحت کیجیے کہ قوس 60° درجہ کا زاویہ بناتی ہے۔



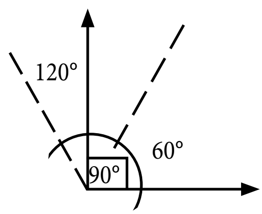


60°درجہ سے بنائی گئی قوس 60°درجہ کا ایک اور زاویہ بناتی ہے۔ 60°درجہ کی تنصیف 60° درجے کے دو زاویے بناتی ہے۔

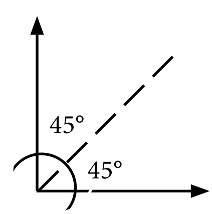
60°درجہ سے بنائی گئی قوس کی تنصیف سے 30° درجہ کے دو زاویے بنتے ہیں۔



60°اور 120° کے درمیان کی جانے والی تنصیف 90°درجہ کا زاویہ (قائمہ) بناتی ہے۔



زاویہ قائمہ کی تنصیف 45°درجہ کے دو زاویے بناتی ہے۔



135° کا زاویہ بنانا

واضح کریں: $180° - 45° = 135°$

خط کے مخالف سرے سے 45° درجے کا زاویہ بنائیے اور 0° (اختتام) سے درجوں کا شمار کیجیے۔

150° کا زاویہ بنانا

واضح کریں: $180° - 30° = 150°$

خط کے مخالف سرے سے 30° درجے کا زاویہ بنائیے اور 0° (اختتام) سے درجوں کا شمار کیجیے۔

متماثل زاویے

اگر دو زاویوں کی مقداریں برابر ہوں تو وہ 'متماثل زاویۓ' کہلاتے ہیں۔

ہم اسے اس طرح لکھتے ہیں: ABC∠ XYZ∠

علامت کا مطلب ہے ہر طرف سے مساوی

متماثل زاویے بنانا

متماثل زاویے بنانے کے لیے ان اقدامات پر عمل کیجیے جو درسی کتاب میں درج ہیں۔

قطعۂ خط کی تنصیف

کوئی قطعۂ خط تنصیف کرنے سے مراد ہے کہ اس قطعۂ خط کو دو متماثل حصوں میں تقسیم کیا جائے۔ کسی قطعۂ خط کے خط تنصیف سے مراد ایک ایسا خط ہے جو اس خط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے۔

دایاں خط تنصیف

دایاں خط تنصیف ایک ایسا خط تنصیف ہے جو کسی بھی قطعۂ خط کو دو مساوی حصوں میں تقسیم کرتا ہے جس میں قطعۂ خط زاویہ قائمہ سے ملا ہوا ہے۔ یعنی خط تنصیف اس خط پر عمود ہوتا ہے جس کو وہ دو حصوں میں تقسیم کر رہا ہے۔

قطعۂ خط کی تنصیف کرنا

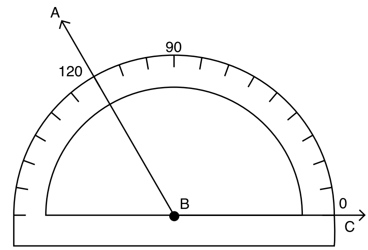
قطعۂ خط کی تنصیف کے لیے درسی کتاب میں دیے گئے مدارج پر عمل کریں۔

زاویے کی تنصیف

درسی کتاب میں دیے گئے مدارج پر عمل کریں۔

زاویہ پیما کو پڑھنے کا طریقہ

پیائش کو زاویہ پیما یا ڈی کی بیرونی سطح پر پڑھا جا سکتا ہے۔ زاویہ پیما کے درمیانی نقطے کو زاویے پر رکھیں اور زیرو درجے کو زاویے کی ایک شعاع پر رکھیں۔



$\angle ABC = 120°$

کسی دی ہوئی پیائش پر زاویہ کیسے بنایا جاتا ہے؟

اقدامات

۱۔ ایک مسطر (رُولر) کی مدد سے ایک شعاع OY کھینچیے۔

۲۔ زاویہ پیما کا درمیانی نقطہ O پر رکھیے اس طرح کہ 0° کا نشان OY پر منطبق ہو جائے۔

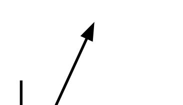
۳۔ کسی دیے ہوئے درجے پر زاویہ کی پیائش کے لیے پرکار کے سرے کے ساتھ X کا نشان لگائیں۔

۴۔ اب پرکار کو ہٹا کر X اور O کو آپس میں ملا دیں XOY∠ دیا گیا زاویہ ہے۔

زاویوں کی اقسام

ہم کسی کتاب کے صفحہ کی حرکت سے زاویوں کی قسمیں جان سکتے ہیں۔

زاویہ منفرجہ (90° سے زیادہ)

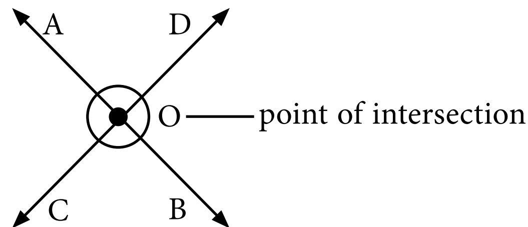


زاویہ حادہ (90° سے کم)

زاویہ قائمہ (90°)

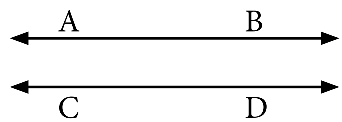
متقاطع خطوط

کچھ خط متقاطع ہوتے ہیں اور کسی ایک نقطہ پر ملتے ہیں۔ وہ نقطہ جہاں وہ ملتے ہیں ’نقطہ تقاطع‘ کہلاتا ہے۔



خطوط AB اور CB نقطہ O پر ایک دوسرے کو قطع کرتے ہیں۔

اگر دو خطوط کے درمیان نقطہ تقاطع نہ ہوں یا وہ ایک دوسرے کو قطع نہ کرتے ہوں تو وہ ’متوازی خطوط‘ کہلاتے ہیں۔



AB اور CD متوازی خطوط ہیں۔

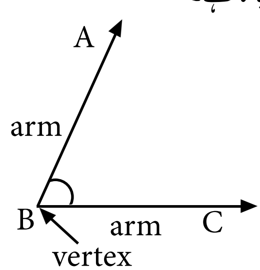
متوازی خطوط کو اس طرح لکھا جاتا ہے۔ AB || CD

ہم کہتے ہیں AB ، CD کے متوازی ہے۔

زاویے

زاویہ ایسی دو شعاعتوں سے مل کر بنتا ہے جن کا مشترکہ اختتامی نقطہ ہو۔ اس نقطے کو ’راس‘ کہتے ہیں۔

کسی زاویے کا نام اس کے درمیان موجود راس کے مطابق رکھا جاتا ہے۔



AB اور BC زاویے کے بازو ہیں۔

نقطہ B زاویے کا راس ہے۔ ہم زاویے کو اس طرح لکھتے ہیں:

$\angle ABC, \angle CBA$ یا $\angle B$

زاویوں کی پیمائش

کسی زاویے کی پیمائش کے لیے بنیادی اکائی درجہ یا ڈگری ((0 ہے۔

زاویوں کی پیمائش کے لیے زاویہ پیما کا استعمال کیا جاتا ہے۔

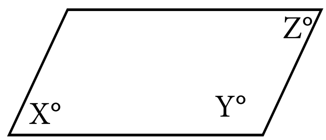
جیومیٹری (Geometry)

جیومیٹری کے بنیادی تصورات

مستوی

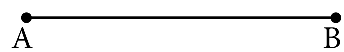
’مستوی‘ ایک چپٹی سطح ہوتی ہے جو تمام سمتوں پر محیط ہے۔’نقطہ‘ مستوی میں موجود کوئی بھی مقام ہے۔

ایک مستوی سطح



کوئی بھی تین نقاط کی مدد سے مستوی سطح کو نام دیا جا سکتا ہے۔
مثال کے طور پر xyz ایک مستوی ہے۔

قطعۂ خط



ایک قطعۂ خط دو نقاط کو جوڑتا ہے جنھیں ’اختتامی سرے‘ کہا جاتا ہے۔
مثال کے طور پر AB ایک قطعۂ خط ہے اس کے دو اختتامی نقاط A اور B ہیں۔ ایک قطعۂ خط کو اس طرح لکھا جائے گا AB

خط: ایک خط کے کوئی اختتامی سرے نہیں ہوتے۔

یہ ہمیشہ مخالف سمتوں میں بڑھتا ہے۔ ایک خط کو اس طرح لکھا جاتا ہے۔ A B

شعاع: شعاع خط کا حصہ ہوتی ہے جس کا صرف ایک اختتامی سرا ہوتا ہے۔

اسے اس طرح لکھا جاتا ہے۔ AB

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

مساوات کی ضربی خاصیت

اگر b, c اور c حقیقی اعداد ہیں اور $b = c$ تب : $cc = cb$ اور $cc = bc$

مساوات کی تقسیمی خاصیت

اگر a اور b کوئی حقیقی عدد ہیں۔ c کوئی غیر صفری حقیقی عدد ہے اور $b = c$ پھر $b/c = c/c$

یہ خاصیتیں ہمیں دو اور طریقے بتاتی ہیں جن سے ایک مساوات کو مساویانہ مساوات میں تبدیل کیا جا سکتا ہے۔

ضرب کے ذریعے تبدیلی

کسی مساوات کی ہر سمت کو ایک ہی غیر صفری حقیقی عدد سے ضرب کیجیے۔

مثال: $x/3 = 10$

x کو تنہا بائیں طرف لانے کے لیے ہر سمت کو 3 سے ضرب دیجیے۔

$x/3 \times 3 = 10 \times 3$

$x = 30$

جانچ کرنے کے لیے مساوات میں x کی قدر کا متبادل لکھیے۔

$x/3 = 10$

$30/3 = 10$

$10 = 10$

تقسیم کے ذریعے تبدیلی

مساوات کی ہر سمت کو اسی غیر صفری حقیقی عدد سے تقسیم کیجیے۔

مثال : $2x = 12$

x کو تنہا بائیں طرف لانے کے لیے ہر سمت کو 2 سے تقسیم کیجیے۔

$2x/2 = 12/2$

$x = 6$

جانچ کرنے کے لیے مساوات میں x کی قدر کا متبادل لکھیے۔

$2x = 12$

$2(6) = 12$

$12 = 12$

مساوات کو تبدیل کرنے کے طریقے طلبا کو خطی مساوات حل کرنے میں مدد دے سکتے ہیں۔

مساوات کی تفریقی خاصیت

اگر b, a اور c حقیقی اعداد ہیں اور $a = b$ پھر $a - c = b - c$ ہم ان خاصیتوں کو کچھ مساوات کے حل کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔

مثال کے طور پر $x - 5 = 7$

(دونوں سمتوں میں 5 جمع کر کے) $x - 5 + 5 = 7 + 5$

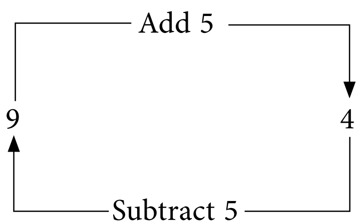
$x = 12$

مثال کے طور پر $a + 8 = 3$

(دونوں سمتوں سے 8 گھٹاتے ہوئے) $a + 8 - 8 = 3 - 8$

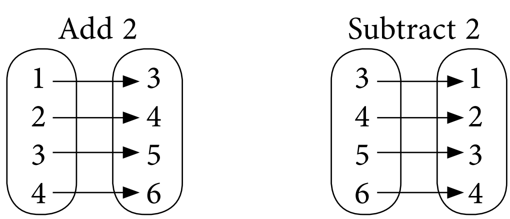
$a = -5$

خاکے میں اگر ہم 4 سے شروع کریں اور تیروں کی سمت پر چلیں تو ہم دوبارہ 4 پر پہنچ جائیں گے۔ اسی طرح اگر ہم 9 سے شروع کریں تو 9 پر پہنچیں گے۔



ہم کسی دیے ہوئے عدد کی جمع اور اسی کی تفریق کو 'عمل معکوس' کہتے ہیں۔

خاکوں کا تقابل کیجیے۔



اگر ہم $6x$ میں سے $(-4x)$ گھٹانا چاہتے ہیں تو ہمیں $6x$ میں $4x$ کو جمع کرنا ہوگا۔

$6x + (-4x) = 2x$

دوسرے الفاظ میں تفریق کی جانے والی رقم کی علامت تبدیل کر دیتے ہیں۔ تفریق کے لیے بھی ہم افقی اور عمودی طریقے استعمال کر سکتے ہیں۔ مثال کے طور پر $5x - 3y$ کو $3x + 5y$ .... $8x - 2y$ میں سے تفریق کیجیے۔

مساوات کی ضربی اور تقسیمی خاصیتیں

اگر مساوی اعداد کو ایک ہی عدد سے ضرب دیا جائے تو حاصل ضرب برابر ہوگا۔ اگر مساوی اعداد کو اسی غیر صفری عدد سے تقسیم کیا جائے تو حاصل قسمت مساوی ہوں گے۔

مساوات (Linear Equations)

مساوات کو پہلے زیر بحث لایا جا چکا ہے۔

دو ہندسی اور متغیر اظہاریوں کے درمیان جنھیں مساویہ کے 'جانبین' کہا جاتا ہے، برابر ہے کا نشان (=) لگانے سے مساوات بن جاتی ہے۔

مثال کے طور $10 - 4 = 6$

$5x - 1 = 9$

$a + 3 = 3 + a$

خطی اظہاریہ

ایک اظہاریہ جیسے $3x = 6$ صرف ایک متغیر x پر مشتمل ہے اور اس کا صرف ایک حل ہے جو کہ صحیح عدد 2 ہے۔

ایک متغیر پر مشتمل خطی مساوات

ایک مساوات، جس میں ایک متغیر ہو اور وہ خطی اظہاریہ سے منسلک ہو، اسے 'ایک متغیر پر مشتمل خطی مساوات' کہتے ہیں۔

مثال کے طور پر $x + 3 = 9$

$2x + 5 = 5$

$8 - 2x = 4$

$x/3 = 5$

$2/5x - 3 = 8$

مساوات حل کرنا

کسی مساوات کو جمع، تفریق کا استعمال کرتے ہوئے حل کرنے کے لیے ہمیں مساوات میں جمع اور تفریق کی برابری (مساویت) کی خصوصیات جاننا ہوں گی۔

اگر مساوی اعداد میں ایک جیسا عدد جمع کیا جائے تو حاصل جمع برابر ہو گا۔

اگر مساوی اعداد میں سے ایک جیسا عدد گھٹایا جائے تو حاصل ہونے والے فرق بھی مساوی ہوں گے۔

مساوات کی جمع کی خاصیت

اگر b, a اور c حقیقی اعداد ہیں اور $a = b$ پھر $a + b = b + c$ اور $c + a = c + b$

حل کیجیے: $-4 -(-10)$

$= -4 + 10$

$= 6$

حل کیجیے: $12 - 8 - 7 + 4$

مثبت رقوم اور منفی رقوم کا گروپ بنائیے۔

$= (12 + 4) - (8 + 7)$

$= 16 - 15 = 1$

کچھ حاصل جمع فرق کے ذریعہ عام طور پر تبدیل کر دیے جاتے ہیں۔

حل کیجیے: $9 + (-2x)$

$= 9 - 2x$

۲۔عمودی طریقہ

ذیل میں دیے گئے سوال سے یہ حقیقت ظاہر ہوتی ہے کہ ایک ہی عدد کو جمع اور تفریق کرنا حقیقت میں اُلٹ ہے۔ $8x + 2y$ میں سے $5x - 3y$ کو تفریق کیجیے۔

$$\begin{array}{rr} & 8x + 2y \\ & 5x - 3y \\ - & + \\ \hline & 3x + 5y \\ \hline \end{array}$$

۱۔ افقی طریقہ

مثال کے طور پر جمع کیجیے۔ $2x, 3x, 7x$ (یکساں رقوم) : $2x + 3x + 7x = 12x$

مثال کے طور پر حاصل جمع معلوم کیجیے۔ $2x - 3y$ اور $5x + 7y$

یکساں رقوم کو ترتیب دیجیے۔ $2x + 5x - 3y + 7y$

یکساں رقوم کو جمع کیجیے۔ $7x + 4y$

۲۔ عمودی طریقہ

جب اظہاریوں کو جمع کیا جائے تو یکساں رقوم عمودی طور پر ایک دوسرے کے نیچے درج کی جا سکتی ہیں۔

مثال کے طور پر جمع کیجیے۔ $2x - 3y$ اور $5x + 7y$

$$\begin{array}{r} 2x - 3y \\ \underline{5x + 7y} \\ \underline{7x + 4y} \end{array}$$

جب یکساں رقوم جمع کی جائیں تو رقوم کی قوت جمع نہیں ہوتی صرف عددی سر جمع ہوتے ہیں۔

مثال کے طور پر جمع کیجیے۔ $x^2 + 2x + 1$ اور $2x^2 - 5x + 7$

$$\begin{array}{r} x^2 + 2x + 1 \\ \underline{2x^2 - 5x + 7} \\ \underline{3x^2 - 3x + 8} \end{array}$$

الجبری اظہاریوں کی تفریق

تمام حقیقی اعداد a اور b کے لیے فرق $a - b$ کو $a - b = a + (-b)$ کی شکل میں بیان کیا گیا ہے۔

۱۔ افقی طریقہ

(b کی تفریق کے لیے b کے مخالف کو جمع کیجیے۔)

حل کیجیے: $12 - (-3)$

$12 + 3 = 15$

حل کیجیے: $-7 - 1$

$= -7 + (-1)$

$= -8$

رقم کے درجات

کسی یک رقمی/رقم میں کوئی متغیر جتنی بار کسی جزو کے طور پر آتا ہے، وہ اس یک رقمی کا درجہ کہلاتا ہے۔

مثال : $2x^{2}$ کا درجہ ہے 2

$x^{1}y^{2}$ کا درجہ ہے $3.[1 + 2]$

$x^{2}y^{3}$ کا درجہ ہے $5.[2 + 3]$

یک رقمی ، دو رقمی اور تین رقمی

اظہاریوں کو ان کی رقوم کے مطابق تین درجوں میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

یک رقمی درجہ

یہ ایک رقم کا حامل اظہاریہ ہے۔ مثلاً:

$4a, 3a^2, 5b, 6c$ وغیرہ۔

دو رقمی درجہ

یہ دو رقموں کا حامل اظہاریہ ہے۔ مثلاً:

$4a + 2b, 6a^2 + 5b^2, 3x - 5y$ وغیرہ

سہ رقمی درجہ

یہ تین رقموں کا حامل اظہاریہ ہے۔ مثلاً:

$3a + 5b - 3c, a^2 + b^2 + c^2$ وغیرہ

الجبری اظہاریوں کو جمع کرنا

جمع میں نشانات کے لیے اصول

دو مثبت اعداد کی جمع ایک مثبت عدد ہو گا۔

دو منفی اعداد کی جمع ایک منفی عدد ہو گا۔

ایک مثبت اور منفی عدد کی جمع ، اعداد کا فرق ہو گا جس کی علامت بڑے عدد کی علامت ہو گی۔

کثیر رقمی اظہاریوں کو جمع کرنے کے لیے ہم انھیں لکھتے ہیں اور یکساں رقوم کو جمع کر کے انھیں سادہ بناتے ہیں۔

مستقل

مقداریں جو اعداد کے ذریعہ ظاہر کی جائیں 'مستقل' کہلاتی ہیں۔ مثلاً $1, 2, 1/2, 1/3$ مستقل ہیں۔

متغیر

الجبرا میں ہم حروف یا نشانات کو اعداد کے اظہار کے لیے استعمال کرتے ہیں۔
ایک 'متغیر' ایک نشان ہے جو ایک یا زیادہ اعداد کے اظہار کے لیے استعمال ہوتا ہے۔ اعداد کو 'اعداد کی قدر' کہا جاتا ہے۔

الجبری اظہاریہ

کوئی عدد یا متغیر یا اعداد اور متغیرات کا مجموعہ جو + یا – کی ایک یا زائد علامتوں سے منسلک ہو ''الجبری اظہاریہ'' کہلاتا ہے۔
مثال : $3, x, a + b, x + y + 3z$ الجبری اظہاریے ہیں۔
اظہاریہ $2n$ کو دیکھتے ہیں۔
ایک اظہاریہ جس میں کوئی متغیر ہو اسے 'متغیر اظہاریہ' کہتے ہیں۔
اوپر دیے گئے اظہاریے میں 2 کو 'عددی سر' کہا جاتا ہے اور n کو 'متغیر' کہا جاتا ہے۔

ایک سادہ اظہاریہ ایک واحد متغیر پر مشتمل ہوتا ہے۔ مثال کے طور پر $a, 2a, 3a, 4a$ وغیرہ، سادہ اظہاریے ہیں جن میں واحد متغیر 'a' ہے۔
ایک مرکب اظہاریے میں ایک سے زیادہ متغیر ہوتے ہیں۔ مثال کے طور پر $2a + 3b + c$ ایک مرکب اظہاریہ ہے کیونکہ اس میں تین متغیرات a, b, c موجود ہیں۔

اظہاریہ کی قیمت

اظہاریے $2a + 3b - c$ کو دیکھیے۔
$2a$ اظہاریے کی قیمت ہے۔ اسی طرح $3b$ اور c بھی۔

یکساں رقوم

قیمتیں جن میں ایک جیسا متغیر ہو 'یکساں رقوم' کہلاتی ہیں ان میں عددی سر مختلف ہو بھی سکتے ہیں اور نہیں بھی ہو سکتے۔
مثال: $2a, 3a$ اور $5a$ یکساں رقوم ہیں۔ یکساں رقوم کو ایک رقم بنانے کے لیے جمع بھی کیا جا سکتا ہے۔ مثال کے طور پر $2a + 3a - a$ سے ہمیں واحد رقم $4a$ حاصل ہوتی ہے۔

غیر یکساں رقوم

وہ رقوم جن کے متغیرات مختلف ہوں 'غیر یکساں رقوم' کہلاتی ہیں۔
ان کے عددی سر، مختلف بھی ہو سکتے ہیں اور نہیں بھی۔

ریاضیاتی جملوں کی قسمیں

۱۔ حقیقی جملے

ایک متغیر میں کسی ہندسی جملے کا حل، متغیر کے لیے وہ قدر ہے جو جملے کو ایک حقیقی بیان بناتی ہے۔

مثال کے طور پر $a + 2 = 5$

اگر ہم 3 کو a کی جگہ رکھ دیں تو یہ ایک حقیقی جملہ بن جائے گا۔ لیکن جملہ اس وقت حقیقی نہیں ہوگا اگر $a = 2$ تو پھر $2 + 2 = 4$ تو بن جاتا ہے مگر 5 نہیں۔

ہم کہتے ہیں کہ 3 ایک حل ہے یا دی گئی مساوات کو صحیح کرتا ہے۔

اسی طرح سے

$4 \div 2 = 4 - 2 \qquad 2 + 2 = 2 \times 2$

$5/3 \times 3/5 = 1 \qquad 2 \times 3 = 3 \times 2$

۲۔ غیر حقیقی جملے

وہ جملے جو ارکان میں صحیح تعلق ظاہر نہیں کرتے 'غیر حقیقی جملے' کہلاتے ہیں۔

مثال کے طور پر $8 - 5 = 2 \qquad 5 + 2 = 4$

$4 < 2 \qquad 3 \times 7 = 14$

$5 + 3 > 10$

۳۔ کھلے جملے

ایک ہندسی جملہ ایک یا زیادہ متغیرات پر مشتمل ہو سکتا ہے۔ اسی لیے اسے کبھی کبھی 'کھلا جملہ' بھی کہا جاتا ہے۔

مثال کے طور پر $5x - 1 = 9$

اگر ہم متغیر کی جگہ کوئی عدد لکھیں تو ہم ایک حقیقی یا غیر حقیقی جملہ حاصل کر سکتے ہیں۔

x کو 1, 2, 3 سے تبدیل کیجیے۔

$5x - 1 = 9$

(غلط) $5(1) - 1 = 9$

(درست) $5(2) - 1 = 9$

(غلط) $5(3) - 1 = 9$

کسی کھلے جملے کا حل تلاش کرنے کے لیے ہمیں متغیر کی قدر جاننا ہوگی جو جملے کو حقیقی جملہ بناتی ہے۔

الجبرا (Algebra)

حسابی عمومیت

ہم الجبری اظہاریوں کو آسان بنانے کے لیے عددی خاصیتوں کے ساتھ حرف تہجی استعمال کرتے ہیں۔ مثلاً a, b, c, x, y, z وغیرہ۔
حقیقی اعداد کو جمع کرنے اور ضرب دینے کے لیے استعمال کیے جانے والے اصولوں کی بنیاد متعدد خاصیتیں ہوتی ہیں۔

بنیادی حسابی خصوصیات

دیے گئے بیانات کو حقائق کے طور پر تسلیم کیا گیا ہے۔

۱۔ حقیقی اعداد کے ہر جوڑے کا ایک منفرد حاصل جمع ہوتا ہے جو ایک حقیقی عدد ہی ہوتا ہے۔
۲۔ حقیقی اعداد کے ہر جوڑے کا ایک منفرد حاصل ضرب ہوتا ہے جو ایک حقیقی عدد ہی ہوتا ہے۔
۳۔ جب ہم دو حقیقی اعداد کو جمع کرتے ہیں تو ہمیں ایک ہی حاصل جمع ملتا ہے۔ چاہے ہم انھیں کسی بھی ترتیب سے جمع کریں۔
۴۔ جب ہم دو حقیقی اعداد کو ضرب دیتے ہیں تو ہمیں ایک ہی حاصل ضرب ملتا ہے۔ چاہے ہم انھیں کسی بھی ترتیب سے ضرب دیں۔

الجبری جملے

''پانچ اور تین کا مجموعہ آٹھ ہوتا ہے۔'' الفاظ کا یہ گروہ ایک جملہ بناتا ہے۔
جب ہم اس جملے کو ہندسی شکل میں ترجمہ کرتے ہیں۔
$8 = 3 + 5$ '=' مساوی کا یہ نشان اس فقرہ کا متبادل ہے، 'یہ اس کے برابر ہے'۔

علامتیں	مطلب
$=$	یہ اس کے برابر ہے
$\neq$	یہ اس کے برابر نہیں ہے
$<$	یہ اس سے کم ہے
$>$	یہ اس سے زیادہ ہے
$\leq$	یہ اس سے کم ہے یا برابر ہے
$\geq$	یہ اس سے زیادہ ہے یا برابر ہے

ایک ہندسی جملہ، دو ہندسی فقروں پر مشتمل ہوتا ہے۔ جنھیں اس جملے کے ارکان کہا جاتا ہے اور جن کے درمیان کوئی علامت ہوتی ہے۔
اگر علامت '=' ہو تب جملہ ایک 'مساوات' ہے۔ فعل میں اوپر دیے گئے نشانات میں سے کوئی جملے میں استعمال کیا گیا ہو تو جملہ 'غیر مساویانہ' ہے۔ مثال کے طور پر

For example, $\underbrace{8 - 2} < 5$ the verb

دونوں ارکان مساویانہ نہیں ہیں۔

کسی چیز پر رعایت اور کم کی ہوئی قیمت معلوم کرنا۔
مثال: کسی چیز کی مقرر کردہ قیمت 250 روپے ہے اور رعایت 10% ہے۔ اس پر رعایت اور کم کی ہوئی قیمت معلوم کریں۔
اصل قیمت = 250 روپے

رعایت = 10%

100 روپے پر رعایت ہے 10 روپے

1 روپے پر رعایت ہے 10/100

250 روپے پر رعایت ہے $250 \times (10/100)$

رعایت = 25 روپے

اصل قیمت - رعایت = کم کی ہوئی قیمت

$250 - 25 = 225$ روپے

جائیداد کا محصول

محصول کسی گھر، دکان یا دیگر جائیداد کی آمدنی کا فیصد ہے جو سالانہ طور پر ادائیگی حکومت کو کی جاتی ہے۔ جائیداد پر محصول معلوم کرنے کا طریقہ۔
مثال: ایک مکان کا سالانہ کرایہ 60,000 روپے ہے۔ اس پر 10% کی شرح سے قابل ادائیگی محصول معلوم کیجیے۔
جائیداد کا محصول = 60,000 روپے کا 10%

$= 10/100 \times 60,000$

$= 6000$ روپے

چیزوں کی فروخت پر کمیشن معلوم کرنا۔

مثال: 2500 روپے میں فروخت ہونے والے سامان پر 5% کمیشن معلوم کیجیے۔

قیمت فروخت = 2500 روپے

کمیشن = 5%

100 روپے پر کمیشن ہے 5 روپے

1 روپے پر کمیشن ہے 5/100 روپے

2500 روپے پر کمیشن ہے (5/100) × 2500

کمیشن ہے = 125 روپے

رعایت

کسی چیز کی قیمت میں کمی کو 'رعایت' کہتے ہیں۔ جو کہ اس کی مقرر کردہ قیمت کی ایک مخصوص فیصد ہوتی ہے۔

رعایتی فی صد معلوم کرنا۔

مثال: کسی ایسی چیز پر رعایتی فی صد معلوم کیجیے جس کی قیمت 500 روپے سے 450 کر دی گئی ہو۔

اصل قیمت = 500 روپے

کم کی ہوئی قیمت = 450 روپے

رعایت = اصل قیمت - کم کی ہوئی قیمت

50 روپے = 500 - 450

500 روپے پر رعایت ہے 50 روپے

1 روپے پر رعایت ہے 50/500 روپے

100 روپے پر رعایت ہے = 100 × (50/500) = 10 %

(ج) نفع اور قیمت فروخت معلوم کرنا جب کہ قیمت خرید اور نفع فی صد موجود ہو۔

مثال: کسی چیز کا نفع اور قیمت فروخت معلوم کرنا جب کہ قیمت خرید 120 روپے اور نفع 10% ہو۔

نفع کا حساب قیمت خرید سے لگایا جاتا ہے۔

نفع = قیمت خرید × % نفع

12 روپے = 120 × (10/100)

قیمت فروخت = قیمت خرید + نفع

= 120 + 12

= 132 روپے

اس طرح منافع ہوا = 12 روپے

قیمت فروخت = 132 روپے

(د) نقصان اور قیمت فروخت معلوم کرنا جب کہ فی صد نقصان اور قیمت خرید دی گئی ہو۔

مثال: کسی چیز کی قیمت خرید 200 روپے ہے اور نقصان 5% ہے۔ اس چیز پر نقصان اور قیمت فروخت معلوم کیجیے۔

نقصان کا حساب کتاب کی قیمت خرید سے لگایا جاتا ہے۔

نقصان = نقصان % × قیمت خرید

روپے 10 = 200 × (5/100)

قیمت فروخت = قیمت خرید - نقصان

190 روپے = 200 - 10

اس طرح نقصان ہوا = 10 روپے

قیمت فروخت = 190 روپے

مشق کا آغاز کروانے سے قبل نفع، نقصان، نفع %، نقصان % اور قیمت فروخت معلوم کرنے کے کلیوں کا اعادہ کروائیں۔

کمیشن

ایک شخص جو دوسرے لوگوں کی خرید و فروخت کے سلسلے میں مدد کرتا ہے۔ 'آڑھتی' (ایجنٹ) کہلاتا ہے۔ وہ اپنی ان خدمات کا معاوضہ طلب کرتا ہے جو 'کمیشن' کہلاتا ہے۔

کمیشن کسی چیز کی خرید یا فروخت کی کل رقم پر فیصد کے حساب سے لگایا جاتا ہے۔

منافع یا نفع = قیمت فروخت - قیمت خرید

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

(الف) کسی نفع کا فی صد معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم نفع معلوم کرتے ہیں۔

مثال : کوئی چیز 120 روپے میں خریدی گئی اور 150 روپے میں بیچی گئی اس کا فی صد منافع معلوم کیجیے۔

قیمت خرید = 120 روپے

قیمت فروخت = 150 روپے

قیمت فروخت - قیمت خرید = منافع

150 − 120 = 30 روپے

فیصد منافع قیمت خرید سے معلوم کیا جاتا ہے۔

منافع % = $\frac{\text{منافع}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

$= (30/120) \times 100$

منافع % = 25%

(ب) نقصان فی صد معلوم کرنے کے لیے پہلے ہم نقصان معلوم کرتے ہیں۔

نقصان = قیمت خرید - قیمت فروخت

نقصان % = $\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

مثال: نقصان فیصد معلوم کیجیے جب ایک مشین 1500 روپے میں خریدی گئی اور 1000 روپے میں بیچی جائے۔

قیمت خرید = 1500 روپے

قیمت فروخت = 1000 روپے

قیمت خرید - قیمت فروخت = نقصان

1500 − 1000 = 500 روپے

نقصان % = $\frac{\text{نقصان}}{\text{قیمت خرید}} \times 100$

$$= \frac{500}{1500} \times 100 = 33\frac{1}{3}\%$$

اعشاری کسر کو بطور % ظاہر کرنا۔

مثال: 0.06 کو بطور % بیان کرنے کے لیے

$0.06 \times 100 = 6\ \%$

جب ایک اعشاری کسر کو 100 سے ضرب دیا جائے تو اعشاری نقطہ دو درجے دائیں طرف کھسک جاتا ہے۔

کسی مطلوبہ مقدار کی فی صد حاصل کرنے کے لیے % کو بطور کسر لکھیے اور اسے اسی مقدار سے ضرب دیجیے۔

مثال: 300 روپے کا 40% معلوم کیجیے۔

فی صد کو بطور کسر لکھنا۔ 40/100

کسر کو مقدار سے ضرب دیجیے۔ 120 روپے $= 300 \times (40/100)$

مقدار معلوم کیجیے جس کی فی صد دی گئی ہو۔

مثال: وہ مقدار معلوم کیجیے 50 جس کا % 25 ہے۔

فرض کیجیے کہ مقدار x ہے۔

x کا $25\% = 50$

$$\frac{25}{100} \text{ of } x = 50$$

$$25x = 50 \times 100$$

$$x = \frac{50 \times 100}{25} = 200$$

درج بالا مثال اکائی کے قاعدے سے بھی حل کی جاسکتی ہے۔

جب فی صد 25 ہو تو مقدار ہے 100

جب فی صد 1 ہو تو مقدار ہے 100/25

جب فی صد 50 ہو تو مقدار ہے $50 \times (100/25)$

$= 200$

نفع اور نقصان

ہم اکثر مختلف دکانوں سے چیزیں خریدتے ہیں۔ دکاندار وہ چیزیں یا تو کارخانے دار سے خریدتا ہے یا آڑھتی سے۔ وہ جس قیمت پر سامان خریدتے ہیں اسے 'قیمت خرید' کہتے ہیں۔ دکاندار اسے جس قیمت پر فروخت کرتا ہے وہ 'قیمت فروخت' کہلاتی ہے اگر کسی چیز کی قیمت فروخت، قیمت خرید سے زیادہ ہو تو دکاندار نے 'منافع' کمایا، اگر قیمت فروخت، قیمت خرید سے کم ہو تو دکاندار نے 'نقصان' اٹھایا۔

سرمایہ کا حساب (Financial Arthimetic)

فی صد

لفظ فی صد per cent لاطینی لفظ Percentum سے نکلا ہے جس کا مطلب ہے 100 میں سے اس کا مطلب ہے کہ ایک عدد کی سو سے نسبت۔

% کا نشان فی صد ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

مثال : 20% کا مطلب ہے 20/100

کسی فی صد کو ایک عام کسر میں ظاہر کرنا

% کو 100 سے تقسیم کر کے ایک مساوی کسر میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

مثال : 12% کو عام کسر میں بیان کیجیے۔

12% = 12/100 = 6/50 = 3/25

فی صد کو اعشاری کسر میں ظاہر کرنا

جب ایک عدد 100 سے تقسیم ہو جائے تو اعشاری نقطہ بائیں جانب دو درجے کھسک جاتا ہے۔

مثال : 25% کو اعشاری کسر میں بیان کیجیے۔

25 % = 25/100 = 0.25

مثال : $2\frac{1}{2}$ % کو ایک اعشاری کسر میں بیان کیجیے۔

$$2\frac{1}{2}\ \% = 2\frac{1}{2}\ /100 = \frac{2.5}{100}$$

2.5 = 25/10

اس کو اعشاری کسر میں ظاہر کرتے ہوئے

$$\frac{25}{10 \times 100} = \frac{25}{1000} = 0.025$$

کسی کسر کو فی صد میں بیان کرنے کے لیے اسے 100 سے ضرب دیجیے

مثال : 3/4 کو بطور % بیان کیجیے۔

3/4 = (3/4) × 100 = 300/4 = 75 %

وسطین کا حاصل ضرب = طرفین کا حاصل ضرب

$2 \times 3 = a \times 6$

$$a = \frac{2 \times 3}{6} = 1$$

بالواسطہ یا معکوس تناسب

اگر دو مقداریں کچھ اس طرح منسلک ہوں کہ اگر پہلی مقدار بڑھتی ہے تو دوسری مقدار گھٹتی ہے یا اس کے برعکس۔ تو کہا جائے گا کہ مقداریں بالواسطہ یا معکوس ہیں۔ اس کی مثال یہ ہے کہ اگر کچھ افراد مخصوص دنوں میں ایک کام مکمل کرتے ہیں تو زیادہ آدمی اس کام کو کم دنوں میں مکمل کریں گے۔ کام کے دنوں اور آدمیوں کی تعداد کا فرق بالواسطہ ہوتا ہے۔

مثال : اگر 3 آدمی ایک کام 4 دنوں میں ختم کر لیتے ہیں تو اسی کام کو 12 دنوں میں ختم کرنے کے لیے کتنے آدمی درکار ہوں گے؟

آدمیوں اور دنوں کی نسبت یہ ہے۔

آدمی	:	دن
3	:	4
x	:	12

ہم جواب اس طرح حاصل کر سکتے ہیں کہ کم افراد اس کام کو مکمل کرنے کے لیے زیادہ دن لگائیں گے اور زیادہ آدمی کم دن۔ یہ معکوس تبادلے کا قانون ہے۔ اگر افراد کی تعداد بڑھتی ہے تو کام کم دنوں میں مکمل ہو گا۔

اس طرح آدمی : دن

$3 \rightarrow 4$

$x \rightarrow 12$

تیر بنا کر نشان دہی کیجیے کہ کون سے اعداد کو ضرب کرنا ہو گا۔

$x : 3 = 4 : 12$

(وسطین اور طرفین کا حاصل) $3 \times 4 = 12 \times x$

$x = 12/12$

$x = 1$ آدمی

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

اگر مقداروں کا تقابل دو مختلف اکائیوں میں ہو رہا ہو تو نسبت جاننے کے لیے یہ لازم ہے کہ انھیں ایک ہی اکائی میں بیان کیا جائے۔
مثلاً اگر دو چھڑیوں (لمبائی 2 میٹر اور 40 سینٹی میٹر) کا موازنہ کرنا ہو تو دونوں اکائیوں کی لمبائی
ایک قسم کی اکائی میں 200 سینٹی میٹر اور 40 سینٹی میٹر ہو گی اور ان کی لمبائی کی نسبت 40 : 200 ہے جس کا مطلب ہے 1 : 5۔
دو مقداروں کے درمیان وقفہ توضیحی: نسبت ظاہر کرتا ہے اور اس طرح پڑھا جاتا ہے 5 کی نسبت 1۔
نسبت اس وقت تک غیر تبدیل شدہ رہے گی جب تک دونوں رقمیں ایک ہی عدد سے ضرب یا تقسیم کی گئی ہوں۔
ایک نسبت کو آسان ترین انداز میں بیان کرنا چاہیے۔
ایک ہی قسم کی دو مقداروں کی نسبت معلوم کرنے کے لیے پیمانوں کو ایک ہی اکائی میں ظاہر کریں اور پھر انھیں تقسیم کر دیں۔
9/6 کی نسبت کو ان کی آسان ترین قسم 3/2 میں ظاہر کیا جا سکتا ہے۔

تناسب

تعریف: ایک لفظ جو دو نسبتوں کی برابری بیان کرتا ہے تناسب کہلاتا ہے۔
مثال: نسبت 4:6 برابر ہے 2:3 کے۔

4:5 :: 2:3

ہم اسے اس طرح پڑھتے ہیں 4:6 کی نسبت برابر ہے 2:3 کی نسبت کے۔
اسے اس طرح بھی لکھا جا سکتا ہے۔ 4/6 = 2/3

تناسب کی رقمیں

2:3 :: 4:6 تناسب میں
4 پہلی رقم ہے، 6 دوسری رقم ہے، 2 تیسری رقم ہے اور 3 چوتھی رقم ہے۔
دوسری اور تیسری رقمیں وسطین (means) جبکہ پہلی اور چوتھی رقمیں طرفین (extremes) کہلائیں گی۔
کسی بھی ایک تناسب میں وسطین کا حاصل طرفین کے حاصل کے برابر ہوتا ہے۔
مثال: تناسب میں 4:16 :: 5:20
وسطین کا حاصل ضرب ہے $4 \times 20 = 80$
طرفین کا حاصل ضرب ہے $16 \times 5 = 80$
درج بالا قاعدہ ہم کسی تناسب میں غیر موجود رقم معلوم کرنے کے لیے استعمال کر سکتے ہیں۔
مثال: اس تناسب میں پہلی رقم معلوم کیجیے۔

a : 2 :: 3 : 6

وسطین کا حاصل ضرب: $3 \times 2 = 6$
طرفین کا حاصل ضرب: $6 \times a$

نسبت اور تناسب (Ratio and Proportion)

نسبتیں :

6 لڑکیوں اور 24 لڑکوں کی جماعت میں لڑکوں کی تعداد لڑکیوں سے 4 گنا ہے۔

لڑکیوں کی تعداد کے مقابلے میں لڑکوں کی تعداد کا تناسب 4 اور 1 کا ہے۔

نسبت کا اظہار ہم کئی طریقوں سے کر سکتے ہیں۔

تقسیم کا نشان استعمال کرتے ہوئے 1 ÷ 4

کسر کا استعمال کرتے ہوئے 4/1

نسبت کا نشان استعمال کرتے ہوئے 1 : 4

تعریف : کسی عدد کی دوسرے عدد سے نسبت وہ حاصل قسمت ہوتی ہے جو پہلے عدد کو دوسرے عدد سے تقسیم کر کے حاصل ہوتی ہے۔

ایک ہی قسم کی دو مقداروں کی نسبت حاصل کرنا

ایک ہی قسم کی دو مقداروں کی نسبت حاصل کرنے کے لیے۔

پہلے یکساں اکائیوں میں پیمائش کیجیے۔

پھر انھیں آپس میں تقسیم کریں۔

مثال : ایک کار اور بس کی رفتار میں نسبت معلوم کرنے کے لیے، جو مختلف رفتار سے سفر کر رہی ہوں۔

بس کی رفتار : کار کی رفتار

60 km فی گھنٹہ : 45 km فی گھنٹہ

= 60/45

انھیں کم ترین قیمت میں تبدیل کرنے سے

= 4/3

تناسب ایک قسم کی مقداروں میں وہ نسبت ہے جو دونوں اشیا کی معلوم قدر کو مدِّنظر رکھتے ہوئے قائم کی جائے۔

تقابل یہ دیکھ کر کیا جاتا ہے کہ دوسری مقدار پہلی مقدار کے حصوں کے اجزائے ضربی کا کون سا حصہ ہے۔

اگر ہم یہ کہتے ہیں کہ دو مقداروں کی نسبت 6 کے مقابلے میں 5 ہے تو اس کا مطلب ہے کہ دو مقداروں کی معلوم قدر کا تقابل کیا گیا ہے۔ جو یہ ہے کہ اگر ایک مقدار کی معلوم قدر 5 ہے تو دوسری کی معلوم قدر 6 ہے۔

نسبت ایک تجریدی عدد ہے جو کسر سے حاصل ہوتا ہے۔ شمار کنندہ پہلی مقدار کی معلوم قدر ظاہر کرتا ہے اور نسب نما دوسری مقدار کی معلوم قدر دیتا ہے۔

صحیح اعداد کو جمع کرنا

ہم جانتے ہیں کہ دو مثبت اعداد کو کیسے جمع کیا جاتا ہے۔ دو حقیقی اعداد کا حاصل جمع جاننے کے لیے ہم ایک عددی افقی خط استعمال کرتے ہیں۔ مثال کے طور پر 2 اور 5 کا حاصلِ جمع جاننے کے لیے ایک عددی خط کھینچیے۔ ابتدا سے شروع کرتے کرتے پنسل کو بائیں طرف عددی خط کے 2 یونٹس تک لے جائیے۔ پھر اسی جگہ سے پنسل کو بائیں طرف 5 یونٹس تک لے جائیں۔ بائیں جانب کی طرف حرکت منفی اعداد کو ظاہر کرتی ہے۔ یہ دونوں حرکات مل کر ابتدا سے بائیں جانب 7 یونٹس کی حرکت بناتی ہیں۔

اس طرح: $-2 + (-5) = -7$

یہ علامت $-(2 + 5)$ دراصل 2 اور 5 کے حاصل جمع کی ضد ظاہر کرتی ہے۔

چونکہ $2 + 5 = 7$

$-(2 + 5) = -7$

یہ علامت $2 + (-5)$ دراصل 2 اور 5 کے حاصل جمع کی ضد ہے۔

عددی خط کو استعمال کرتے ہوئے ہم جانتے ہیں $2 + (-5) = -7$

اس سے پتا چلتا ہے کہ $-2 + (-5) = -(2 + 5)$

کسی حاصل جمع کے مخالف کی خاصیت کے استعمال اور مثبت نمبروں کی جمع کے قواعد کو مدِّنظر رکھتے ہوئے ہم بغیر عددی خط بنائے کسی بھی حقیقی عدد کا حاصل جمع معلوم کر سکتے ہیں۔

مثلاً $-8 + (-3)$ کو سادہ بنانے کے لیے

حل $-8 + (-3) = -(8 + 3)$

$= -11$

صحیح اعداد کی تفریق

2 کو تفریق کرنے کی مندرجہ ذیل مثالیں لکھیے:

$3 - 2 = 1$

$4 - 2 = 2$

$5 - 2 = 3$

اب 2 کو جمع کرنے کی مثالیں لکھیے:

$3 + (-2) = 1$

$4 + (-2) = 2$

$5 + (-2) = 3$

دو قطاروں میں دیے گئے اندراجات کے تقابل سے ظاہر ہوتا ہے کہ 2 کو تفریق کرنے سے بھی وہی نتیجہ نکلتا ہے جو 2 کی ضد کو جمع کرنے سے ملتا ہے۔

تمام حقیقی اعداد کی تفریق کی تعریف کا اسی سے پتا چلتا ہے۔

ابتدا کی دونوں سمتوں میں فاصلے کی مساوی اکائیوں کو نشان زد کیجیے۔ مثبت سمت میں اختتامی سمت کو مثبت مکمل اعداد سے جوڑا بنائیے۔
$+1, +2, +3, +4, \ldots$ یہ سلسلہ یوں ہی آگے بڑھتا رہے گا۔
اسی طرح منفی سمت میں منفی مکمل اعداد کے اختتامی نقطوں کا جوڑا بنائیے۔ $-1, -2, -3, -4, \ldots$ یہ سلسلہ یوں ہی چلتا رہے گا۔

مثبت اور منفی مکمل اعداد اور صفر، صحیح اعداد کا سیٹ بناتے ہیں۔

مثبت صحیح اعداد اور صفر کو اکثر 'مکمل اعداد' کہا جاتا ہے۔

کوئی بھی عدد چاہے وہ مثبت، منفی یا صفر ہو 'حقیقی عدد' کہلاتا ہے۔

جب ہم ایک عددی خط کے نقطوں کو جوڑوں کی شکل میں دیکھتے ہیں تو جوڑے بنے ہوئے نقطے خط کی ابتدا سے مخالف سمت تک ایک ہی فاصلے پر نظر آتے ہیں۔

ہر عدد جو جوڑے میں شامل ہو جیسے 7+ اور 7 دوسرے عدد کا 'مخالف' کہلاتا ہے۔

صحیح اعداد کی ترتیب

افقی عددی خط پر اعداد، بائیں سے دائیں بڑھتے جاتے ہیں اور دائیں سے بائیں گھٹتے جاتے ہیں۔

غیر مساوی ہونے کی علامات، حقیقی اعداد کے جوڑوں کی ترتیب دکھانے کے لیے استعمال کی جاتی ہیں۔

$<$ کا مطلب ہے 'نسبتاً چھوٹا' یا 'اس سے کم'۔

$>$ کا مطلب ہے 'نسبتاً بڑا' یا 'اس سے زیادہ'۔

عددی خط کے مطالعے سے پتا چلتا ہے کہ 5 چھوٹا ہے 2 سے چھوٹا ہے اور 0 بڑا عدد ہے 5 سے۔

$0 > -5$ اور $-5 < -2$

$3 > 0$ اور $+5 > -5$

اعداد کی مطلق قیمت

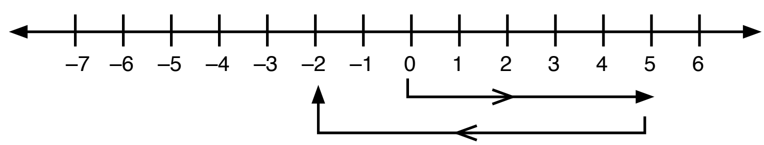
کسی غیر صفری مخالف عدد جوڑے جیسے 5 - اور 5 + میں ایک عدد منفی اور دوسرا مثبت ہوتا ہے۔ حقیقی اعداد کے کسی بھی غیر صفری جوڑے میں مثبت عدد کو جوڑے میں موجود عدد کی 'مطلق قیمت' کہا جاتا ہے۔
عدد 'a' کی مطلق قیمت کو $|a|$ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔ مثلاً $|-5| = 5$ اور $|+5| = 5$
خیال رکھیں کہ کسی حقیقی عدد 'a' کی مطلق قیمت 'a' ہے۔ چاہے 'a' غیر منفی ہو یا منفی۔
0 کی مطلق قیمت 0 ہی ہو گی۔

$|0| = 0$

صحیح اعداد (Integers)

جب ایک مکمل عدد میں کسی دوسرے مکمل عدد کو جمع کیا جائے یا ضرب کیا جائے تو اس کا نتیجہ ایک مکمل عدد ہی ہو گا۔ لیکن تفریق کا معاملے میں یہ بالکل اسی طرح نہ ہو گا۔ جب ایک مکمل عدد کو دوسرے مکمل عدد سے تفریق کیا جاتا ہے جو پہلے والے سے چھوٹا ہو تو اس کا نتیجہ ایک مکمل عدد نہیں ہوتا۔ مثال : 5 – 7 , 3 – 5

عددی خط پر جب ہم 7 کو 5 سے تفریق کرتے ہیں تو ہمیں یہ نتیجہ ملتا ہے۔



$5 - 7 = -2$

اسی طرح سے ہم صحیح اعداد کا ایک سیٹ حاصل کرتے ہیں جس میں منفی نشان ہوتا ہے۔ انھیں 'منفی صحیح اعداد' کہا جاتا ہے۔
مکمل اعداد کا سیٹ جو منفی صحیح اعداد کے ساتھ ہو 'صحیح اعداد کا سیٹ' کہلاتا ہے۔

$\leftarrow$ - - - -, –3, – 2, – 1, 0, + 1, + 2, + 3, - - - - $\rightarrow$

صفر نہ تو مثبت ہے اور نہ ہی منفی۔

چھوٹے اور بڑے صحیح اعداد کا تصور

کوئی بھی صحیح عدد جو عددی خط پر کسی اور صحیح عدد کے دائیں طرف ہو بڑا کہلاتا ہے۔

مثال : $1 > 0, 2 > 1, ...$

$-1 < 0, -2 < -1, ...$

کوئی بھی صحیح عدد جو عددی خط پر کسی اور صحیح عدد کے بائیں طرف ہو چھوٹا کہلاتا ہے۔

عددی خط

جب ہم گنتی یا پیائش کرتے ہیں تو ہم حقیقی اعداد استعمال کرتے ہیں۔ یہ اعداد کسی خط پر نقطوں کی صورت میں نشان زد کیے جا سکتے ہیں جسے 'عددی خط' کہتے ہیں۔

عددی خط بنانا

کسی بھی خط کا ابتدائی نقطہ چن کر اسے '0' (صفر) کا نام دے دیں۔ یہ نقطہ 'ابتدا' کہلائے گا۔ یہ ابتدا سطر کو دو افقی سمتوں میں تقسیم کر دے گی۔ یہ مثبت اور منفی سمتیں کہلائیں گی۔ اگر سطر افقی ہے تو اس کی دائیں سمت کو 'مثبت' اور بائیں سمت کو 'منفی' کہا جائے گا۔

OXFORD
UNIVERSITY PRESS

با قاعدہ ذیلی سیٹ

مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں :

$A = \{1, 2, 3, 4\}$

$B = \{2, 3\}$

A, B کا ذیلی سیٹ ہے۔

A مشتمل ہے (کم از کم ایک رکن جو B میں نہیں ہے) 2 دیگر ارکان پر جو B میں نہیں۔

ہم لکھتے ہیں : $B \subset A$

ہم کہتے ہیں : A, B کا ایک با قاعدہ ذیلی سیٹ ہے۔

چونکہ A کے ارکان کی تعداد B سے زیادہ ہے لہٰذا ہم کہتے ہیں کہ B, A کا 'سپر سیٹ' ہے۔

ہم لکھتے ہیں : $A \supset B$

بے قاعدہ ذیلی سیٹ

مندرجہ سیٹوں پر غور کریں :

$A = \{1, 2, 3\}$

$B = \{2, 3, 1\}$

A, B کا ایک ذیلی سیٹ ہے۔ A میں کوئی رکن ایسا نہیں جو B کا رکن نہ ہو لہٰذا B کو' A کا ایک بے قاعدہ ذیلی سیٹ' کہا جاتا ہے

واضح رہے کہ دو مساوی سیٹ ، ایک دوسرے کے بے قاعدہ ذیلی سیٹ ہیں۔ ہم لکھ سکتے ہیں :

$A \subseteq B$ اور $B \subseteq A$

ہم کہتے ہیں: A, B کا ایک بے قاعدہ ذیلی سیٹ ہے اور B, A کا ایک بے قاعدہ ذیلی سیٹ ہے۔

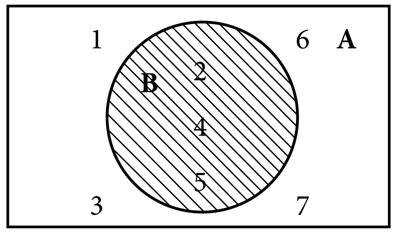
$A \subseteq A$ جبکہ A کا ہر رکن A کا بھی رکن ہے۔ اس سے ظاہر ہوتا ہے کہ ہر سیٹ خود اپنا ایک بے قاعدہ ذیلی سیٹ ہوتا ہے۔

ایسے سیٹ کو { } یا یونانی حرف phi ϕ سے ظاہر کیا جاتا ہے۔

تختۂ سیاہ پر سیٹ لکھیں $A = \{0\}$۔ پوچھیں: کیا یہ خالی سیٹ ہے؟

پھر بتائیں کہ یہ خالی سیٹ نہیں ہے کیونکہ اس میں رکن 0 موجود ہے۔

ذیلی سیٹ



مندرجہ ذیل سیٹوں پر غور کریں:

$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$

$B = \{2, 4, 5\}$

تعریف

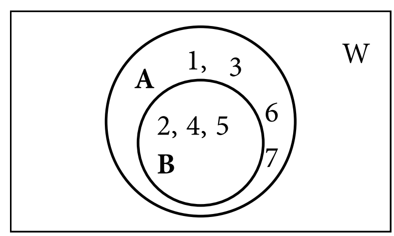
A, B کا ایک ذیلی سیٹ ہے اگر B کا ہر رکن A میں موجود ہے۔

نشان زدہ حصہ A کے ان ارکان کو جو B میں بھی مشترک ہیں، ظاہر کرتا ہے۔

کیونکہ B کا ہر رکن A کا بھی رکن ہے اس لیے A, B کا ذیلی سیٹ ہے۔

ہم لکھتے ہیں: $B \subseteq A$

ہم کہتے ہیں: A, B کا ایک ذیلی سیٹ ہے۔



ایک تیسرے سیٹ C پر غور کریں:

$C = \{0, 1, 7\}$

کیا A, C کا ایک ذیلی سیٹ ہے؟

چونکہ A, 0 کا رکن نہیں ہے، اس لیے ہم لکھتے ہیں: $C \nsubseteq A$ - 0 کا C سے تعلق ہے جبکہ A, 0 سے تعلق نہیں رکھتا۔

ہم کہتے ہیں: A, C کا ذیلی سیٹ نہیں ہے۔

سیٹ لکھنے کے طریقے

واضح کیجیے کہ سیٹ دو طریقوں سے لکھے یا بیان کیے جاتے ہیں:

1- اندراجی طریقہ

اس طریقے میں سیٹ کے تمام ارکان کو لکھا جاتا ہے۔ مثال کے طور پر $A = \{a, e, i, o, u\}$ (انگریزی حروفِ تہجّی کے حروفِ علّت کا سیٹ)۔

2- بیانیہ طریقہ

اس قسم میں سیٹ کے ارکان کو شامل نہیں کیا جاتا بلکہ سیٹ کے ارکان کی تعریف پر پوری اترنے والی خاصیت کو درج کیا جاتا ہے۔

مثلاً {انگریزی حروفِ تہجی کے حروفِ علّت} = A

تختۂ سیاہ پر کچھ معیاری سیٹ لکھیں اور ان کی خصوصیات بیان کریں۔

سیٹ کی اقسام

سیٹ کو ارکان کی تعداد کے لحاظ سے تین مختلف اقسام میں تقسیم کیا جا سکتا ہے۔

1- متناہی سیٹ

وہ سیٹ جس میں ارکان کی تعداد محدود ہو 'متناہی سیٹ' کہلاتا ہے۔ مثلاً

$A = \{1,2,3,4\}$۔ سیٹ A میں چار ارکان ہیں۔

2- لامتناہی سیٹ

وہ سیٹ جس میں ارکان کی تعداد لامحدود ہو، 'لامتناہی سیٹ' کہلاتا ہے۔ مثلاً

$A = \{0,2,4,6,8 ...\}$ یہ ایک لامتناہی سیٹ ہے کیونکہ اس میں لامحدود جفت اعداد ہیں۔

3- خالی سیٹ

جیسا کہ پہلے واضح کیا جا چکا ہے ان سیٹوں میں کوئی ارکان نہیں ہوتے۔

ناموجود یا خالی سیٹ

طالبِ علموں سے پوچھیں کہ کیا وہ اس دیے گئے سیٹ کے ارکان کی فہرست بنا سکتے ہیں۔

'ان بلیوں کا سیٹ جن کی دو دُمیں ہیں۔'

انھیں بتائیں کہ وہ سیٹ جس میں ایسے ارکان نہیں ہوتے کہ جن کی فہرست بنائی جا سکے، وہ 'خالی سیٹ' یا 'ناموجود سیٹ' کہلاتا ہے۔

سیٹ (Set)

روزمرّہ زندگی سے کچھ اسمِ جمع تلاش کر کے ان کے بارے میں بات چیت کیجیے جیسے تاش کی گڈّی، کھلاڑیوں کی ایک ٹیم وغیرہ۔ گڈّی، ریوڑ، ٹیم، گروپ وغیرہ جیسے الفاظ چیزوں کے مجموعے کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیے جاتے ہیں۔ واضح کیجیے کہ ریاضی میں لفظ 'سیٹ' اشیا کے مجموعے کو ظاہر کرنے کے لیے استعمال کیا جاتا ہے۔

سیٹ اشیا کے واضح مجموعے کو کہتے ہیں

وضاحت یا واضح کرنے کا مطلب ہے کہ ایک سیٹ میں کچھ خصوصیات ہونی چاہیں۔ جس سے ہم بآسانی یہ جان لیں کہ کسی چیز کا تعلق اس سیٹ سے ہے یا نہیں۔ مثال کے طور پر ایک کتاب چائے کے سیٹ سے اور ایک گیند تاش کے پتّوں سے تعلق نہیں رکھتی۔ لہٰذا ہم یہ کہہ سکتے ہیں کہ چائے اور تاش کے سیٹ، واضح سیٹ ہیں۔

تختۂ سیاہ پر انگریزی حروفِ تہجّی کے حروفِ علّت کا سیٹ لکھیے۔

سمجھائیے کہ یہ ایک واضح سیٹ ہے کیونکہ ہم جانتے ہیں کہ یہ سیٹ مخصوص حروف a, e, i, o, u کی طرف اشارہ کرتا ہے۔

اب لائبریری میں دلچسپ کتابوں کے ایک سیٹ کی مثال دیجیے۔

یہ ایک سیٹ نہیں ہے کیونکہ دلچسپ کا لفظ طے کردہ اصولوں کے مطابق غیر واضح ہے۔ کوئی کتاب کسی ایک شخص کے لیے دلچسپ ہوسکتی ہے مگر وہی کتاب کسی دوسرے کے لیے غیر دلچسپ بھی ہوسکتی ہے۔ چونکہ یہ واضح نہیں ہے لہٰذا اسے ایک سیٹ نہیں کہا جا سکتا۔

وضاحت کیجیے کہ ایک واضح سیٹ میں اشیا کو دہرایا نہیں جاتا۔

سیٹ کی علامات

ہم عام طور پر سیٹ کے اظہار کے لیے بڑے حروفِ تہجّی A, B, C وغیرہ استعمال کرتے ہیں۔

سیٹ کے ارکان

ایک سیٹ کی اشیا کو 'ممبران' یا 'ارکان' کہا جاتا ہے۔ سیٹ کے تمام ارکان خطوطِ وحدانی { } میں لکھے جاتے ہیں اور انھیں وقفے کی علامت کے ذریعے علیحدہ کیا جاتا ہے۔ مثلاً انگریزی حروفِ تہجّی کے حروفِ علّت کا سیٹ دیکھیے۔ $A = \{a, e, i, o, u\}$

سیٹ کے ارکان سیٹ سے متعلق ہوتے ہیں۔ تختۂ سیاہ پر متعلق ہونے کی علامت ($\in$) درج کیجیے۔

جفت اعداد کا ایک سیٹ تختۂ سیاہ پر لکھیے۔ $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$

پوچھیے: کیا 1 کا تعلق اس سیٹ سے ہے؟ بتائیے کہ چونکہ 1 جفت عدد نہیں ہے اس لیے اس کا تعلق جفت اعداد کے سیٹ سے نہیں ہے۔ غیر متعلق ہونے کی علامت ($\notin$) تختۂ سیاہ پر درج کیجیے۔